



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

KOMPEDIUM WIEDZY O MEDYCYNIE NUKLEARNEJ

FIZYKA. TECHNIKA. OPROGRAMOWANIE



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

O AUTORZE

Jestem inżynierem, doktorem nauk technicznych. W latach 1997-2019 byłem pracownikiem Zakładu Medycyny Nuklearnej Samodzielnego Publicznego Centralnego Szpitala Klinicznego w Warszawie, który później zmienił nazwę na Warszawski Uniwersytet Medyczny. W 2022 r. zostałem zaszczycony tytułem członka honorowego Polskiego Towarzystwa Medycyny Nuklearnej.

Adam Bajera



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

WPROWADZENIE



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

CZYM SIĘ ZAJMUJE MEDYCYNA NUKLEARNA?



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

Medycyna nuklearna to dział medycyny, w którym stosuje się – w celach diagnostycznych bądź leczniczych – tak zwane otwarte źródła promieniowania, wstrzykiwane lub podawane pacjentowi doustnie.

Zasada diagnostyki z użyciem substancji znakowanych radionuklidami opiera się w znacznym stopniu na badaniu farmakologii podawanych pacjentowi substancji. Wiadomo, że zmianom chorobowym towarzyszą zaburzenia metabolizmu określonych substancji – czy to normalnie występujących w organizmie (np. składniki odżywcze), czy też egzogennych (np. leki).



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

Radionuklid, jakiego używamy do znakowania, powinien w możliwie jak najmniejszym stopniu zaburzać normalny (czy też patologiczny) metabolizm substancji macierzystej.

Zadaniem radionuklidów używanych w celach diagnostycznych jest „bycie widzialnym” – wysyła on kwant promieniowania gamma, który może być „uwidoczniony” (wykryty) przez specjalnie zaprojektowane detektory kwantów.

W przypadku radionukliów używanych w celach leczniczych wysyłają on cząstkę o wysokiej energii, a więc o „dużej sile niszczącej”, ale o bardzo krótkim zasięgu, przez co zdrowe tkanki, położone w odległości już rzędu milimetrów od docelowych, mogą pozostać nieuszkodzone.



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

CEL PREZENTACJI



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

Medycyna nuklearna to dział medycyny, w którym zbiegają się problemy z wielu dziedzin wiedzy: medycyny, fizyki jądrowej, radiochemii, ochrony radiologicznej, techniki i technologii urządzeń oraz oprogramowania, które zespół pracowników zakładu medycyny nuklearnej (ZMN) codziennie, wielokrotnie, rozwiązuje.

Wymogiem pracy zespołu wielu grup zawodowych jest skuteczna diagnostyka i/lub leczenie pacjentów oraz bezpieczeństwo radiologiczne pacjentów i personelu. Aby taki cel osiągnąć konieczna jest – choćby bardzo pobieżna – wiedza z zakresu wymienionych wyżej dziedzin.



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

Każda dziedzina wiedzy oferuje źródłową literaturę na różnym poziomie formalizmu i szczegółowości – zarówno naukowego jak i praktycznego. Źródła te służą rozwojowi wiedzy i rozwojowi zawodowemu specjalistów różnych dziedzin. Jednak dla współpracy istotne jest rozumienie problemów i wzajemnego ich wpływu na styku różnych specjalności !!!.

Z wymienionych powodów przedstawione prezentacje nie są wiedzą szczegółową, ale raczej kompendium lub kompilacją – zestawieniami treści – z ogólnodostępnych źródeł na temat „medycyna nuklearna”.

**dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN**



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

**KOMPEDIUM WIEDZY
O MEDYCYNIE NUKLEARNEJ
FIZYKA. TECHNIKA. OPROGRAMOWANIE**



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

O AUTORZE

Jestem inżynierem, doktorem nauk technicznych. W latach 1997-2019 byłem pracownikiem Zakładu Medycyny Nuklearnej Samodzielnego Publicznego Centralnego Szpitala Klinicznego w Warszawie, który później zmienił nazwę na Warszawski Uniwersytet Medyczny. W 2022 r. zostałem zaszczycony tytułem członka honorowego Polskiego Towarzystwa Medycyny Nuklearnej.

Adam Bajera



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

WPROWADZENIE



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

CZYM SIĘ ZAJMUJE MEDYCYNĄ NUKLEARNA?



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

Medycyna nuklearna to dział medycyny, w którym stosuje się – w celach diagnostycznych bądź leczniczych – tak zwane otwarte źródła promieniowania, wstrzykiwane lub podawane pacjentowi doustnie.

Zasada diagnostyki z użyciem substancji znakowanych radionuklidami opiera się w znacznym stopniu na badaniu farmakologii podawanych pacjentowi substancji. Wiadomo, że zmianom chorobowym towarzyszą zaburzenia metabolizmu określonych substancji – czy to normalnie występujących w organizmie (np. składniki odżywcze), czy też egzogennych (np. leki).



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

Radionuklid, jakiego używamy do znakowania, powinien w możliwie jak najmniejszym stopniu zaburzać normalny (czy też patologiczny) metabolizm substancji macierzystej.

Zadaniem radionuklidów używanych w celach diagnostycznych jest „bycie widzialnym” – wysyła on kwant promieniowania gamma, który może być „uwidoczniony” (wykryty) przez specjalnie zaprojektowane detektory kwantów.

W przypadku radionukliów używanych w celach leczniczych wysyłają on cząstkę o wysokiej energii, a więc o „dużej sile niszczącej”, ale o bardzo krótkim zasięgu, przez co zdrowe tkanki, położone w odległości już rzędu milimetrów od docelowych, mogą pozostać nieuszkodzone.



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

CEL PREZENTACJI



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

Medycyna nuklearna to dział medycyny, w którym zbiegają się problemy z wielu dziedzin wiedzy: medycyny, fizyki jądrowej, radiochemii, ochrony radiologicznej, techniki i technologii urządzeń oraz oprogramowania, które zespół pracowników zakładu medycyny nuklearnej (ZMN) codziennie, wielokrotnie, rozwiązuje.

Wymogiem pracy zespołu wielu grup zawodowych jest skuteczna diagnostyka i/lub leczenie pacjentów oraz bezpieczeństwo radiologiczne pacjentów i personelu. Aby taki cel osiągnąć konieczna jest – choćby bardzo pobieżna – wiedza z zakresu wymienionych wyżej dziedzin.



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

Każda dziedzina wiedzy oferuje źródłową literaturę na różnym poziomie formalizmu i szczegółowości – zarówno naukowego jak i praktycznego. Źródła te służą rozwojowi wiedzy i rozwojowi zawodowemu specjalistów różnych dziedzin. Jednak dla współpracy istotne jest rozumienie problemów i wzajemnego ich wpływu na styku różnych specjalności !!!.

Z wymienionych powodów przedstawione prezentacje nie są wiedzą szczegółową, ale raczej kompendium lub kompilacją – zestawieniami treści – z ogólnodostępnych źródeł na temat „medycyna nuklearna”.

**dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN**



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

KRÓTKA HISTORIA ZJAWISKA PROMIENIOTWÓRCZOŚCI

**dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN**



KRÓTKA HISTORIA PROMIENIOTWÓRCZOŚCI

TREŚĆ

- Pragnienie wiedzy - Pierwsze doświadczenia**
- Dokładniejsze doświadczenia - Etapy rozwoju fizyki jądrowej**



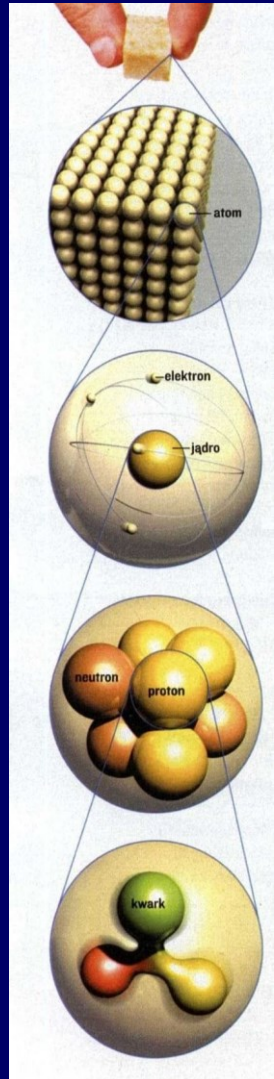
KRÓTKA HISTORIA PROMIENIOTWÓRCZOŚCI

15 wieków temu grecy uznali, że najmniejszą niepodzielną cząstką materii są atomy. Dziś wiemy, że to nieprawda.

Okazało się bowiem, że każdy atom złożony jest z jądra i krążących wokół niego elektronów, co w roku 1911 odkrył brytyjski fizyk Ernest Rutherford.

Wkrótce zauważono, że jądra są utworzone przez mniejsze od nich cząstki: protony z ładunkiem elektrycznym dodatnim i elektrycznie obojętne neutrony .

W 1964 r. amerykański fizyk Murray Gell-Mann odkrył, że neutrony i protony składają się z trzech jeszcze mniejszych cząstek, zwanych kwarkami.



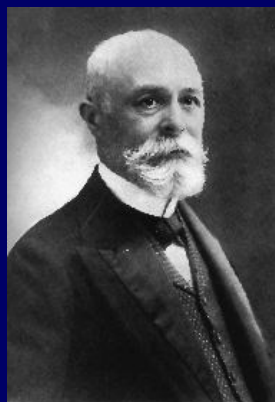


KRÓTKA HISTORIA PROMIENIOTWÓRCZOŚCI

**Uczni, którzy przyczynili się do odkrycia promieniotwórczości
i wyjaśnili właściwości promieniowania jonizującego**



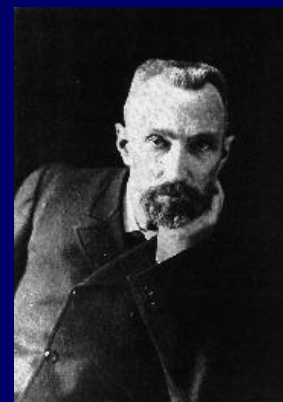
W. Röntgen



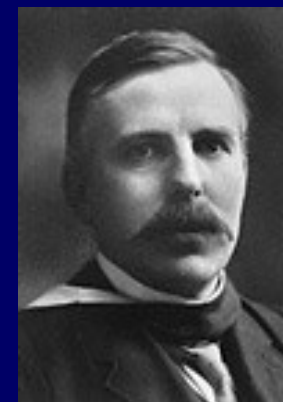
H. Becquerel



M. Skłodowska-Curie



P. Curie



E. Rutherford



Pragnienie wiedzy...

Pierwsze naukowe podejście do zagadnień materii zawdzięczamy chemii, a długa droga ludzkich wysiłków nad zrozumieniem struktury materii i jej właściwości rozpoczęła się w 1662 r. dzięki Robertowi Boyle'owi, który podał ścisłą definicję pierwiastka chemicznego.

Następnie angielski chemik J. Dalton zaproponował definicje atomu, a dopiero w roku 1897 J.J. Thomson zidentyfikował oraz określił własności elektronu.

Nieco wcześniej, w roku 1871 D.I. Mendelejew stworzył okresowy układ pierwiastków, co pozwoliło przewidzieć istnienie wielu nieznanych wówczas pierwiastków.



Pragnienie wiedzy...

Koniec XIX i początek XX wieku to okres rozkwitu nadzwyczajnych odkryć z dziedziny promieniotwórczości.

Jako pierwsze ze wszystkich znanych dotychczas rodzajów promieniowania jonizującego, odkryte zostało promieniowanie X.

W 1895 roku W. Röntgen badał wyładowania w szklanej rurce odpompowanej do wysokiej próżni, z wtopionymi elektrodami metalowymi. Zauważył on silne świecenie papieru pokrytego platynocyjankiem baru, nawet wtedy, gdy szklana rurka była całkowicie zasłonięta czarnym papierem.



Odkrycie promieniowania jonizującego

Wtedy wydedukował, że wewnątrz rurki zachodzi proces będący źródłem jakiegoś silnie przenikliwego promieniowania jonizującego powietrze. Okazało się, że promienie X przenikają z łatwością tkanki miękkie ciała ludzkiego, natomiast są pochłaniane przez kości, jak przedstawiano w postaci zdjęć autentycznych oraz żartobliwie.



Zdjęcie roentgenowskie dłoni żony wynalazcy - Berty Röntgen



Poster obrazujący ludzi widzianych „oczami promieniowania X”.



Pierwsze doświadczenia

Zaledwie w rok później po odkryciu Röntgena, w roku 1896, narodziła się fizyka jądrowa, która doprowadziła do odkrycia promieniotwórczości.

Badaczami, którzy wnieśli największy wkład w wyjaśnienie tego zjawiska była trójka uczonych: Henryk Antoni Becquerel, Maria Skłodowska-Curie oraz Piotr Curie.

Henri Becquerel zajmował się badaniem fluorescencji, magnetyzmu i polaryzacji światła. W 1896r przez przypadek odkrył zjawisko radioaktywności, gdy badał fluorescencję rud uranu. Stwierdził istnienie promieniotwórczości wyjaśniając, że uran i jego związki są spontanicznymi źródłami niewidzialnego promieniowania, przechodzącego przez przedmioty nieprzezroczyste dla światła i oddziałującego również na płytę fotograficzną.



Pierwsze doświadczenia

Powtarzając eksperymenty, które przeprowadził Röntgen, zawiązał fluorescencyjny minerał (rudę uranu) w materiał światłoczuły oraz czarny materiał nie przepuszczający światła. Zanim jednak zdjął czarną pokrywę, by wystawić kliszę na światło fluorescencyjne, odkrył, że jest ona już całkowicie zaczerniona.

Otrzymał za to Nagrodę Nobla z fizyki w 1903 r, wspólnie z Piotrem i Marią Curie, którzy udowodnili, że owo promieniowanie jest własnością uranu. Od nazwiska naukowca pochodzi jednostka radioaktywności: *Beckerel*.

Występujące w przyrodzie, naturalne substancje, które wysyłają promieniowanie zaobserwowane przez Becquerel'a nazwano promieniotwórczymi lub radioaktywnymi.



Pierwsze doświadczenia

Promieniowanie wysyłane przez substancje radioaktywne ma następujące cechy:

- 1. Zaczernia kliszę fotograficzną.**
- 2. Wywołuje działanie chemiczne: pod wpływem tego promieniowania tlen zamienia się na ozon natomiast woda i chlorowódz ulegają rozkładowi.**
- 3. Wywołuje luminescencję niektórych substancji np. siarczku cyjanku.**
- 4. Emitują ciepło, w stanie czystym świecą w ciemności.**



Kolejne doświadczenia

Pod koniec XIX wieku Thomson i Rutherford zajmowali się badaniem zjawiska jonizacji gazów naświetlanych promieniami odkrytymi przez Becquerel'a.

W czasie doświadczenia Rutherford odkrył, że istnieją, w zasadzie dwa rodzaje tego promieniowania – jedno, nazwane **ALFA, było łatwo absorbowane, nawet przez kartki papieru; i drugie, nazwane **BETA**, mogło przenikać nawet przez grube blachy metalowe (na przykład przez 2.5mm aluminium). Wkrótce wykryto również trzeci rodzaj promieniowania – wyjątkowo przenikliwego – mogącego nawet przenikać przez kilku centymetrowe warstwy ołowiu. Nadano mu nazwę **GAMMA**.**



Dokładniejsze doświadczenia

Następne lata upłynęły naukowcom na wyjaśnianiu natury tych trzech rodzajów promieniowania.

Jak się okazało, mało przenikliwe promienie alfa, to strumień dodatnio naładowanych cząsteczek (odchylają się w polu magnetycznym w tą samą stronę co inne, dodatnie cząsteczki). Okazało się że stosunek ładunku do masy tych cząsteczek jest dwa razy mniejszy niż dla jąder wodoru.

Naukowcy wysnuli wniosek, iż cząsteczki alfa, to jądra helu. Mają masę równą 4-rem masom wodoru i ładunek dodatni +2.



Dokładniejsze doświadczenia

Cząsteczki beta, znacznie bardziej przenikliwe niż cząstki alfa, dają się odchylić w polu elektrycznym i magnetycznym, w taki sposób iż cząstki te muszą mieć ładunek ujemny.

Po dalszych badaniach naukowcy doszli do wniosku, iż cząsteczki beta to po prostu elektrony.

Promieniowanie gamma, okazało się być promieniowaniem – podobnie jak światło – elektromagnetycznym, o długości fali mniejszej od 10^{-11} m.

Zauważono też, że różne pierwiastki promieniotwórcze wysyłają te trzy promieniowania w RÓŻNEJ ILOŚCI !!!



KRÓTKA HISTORIA PROMIENIOTWÓRCZOŚCI

Dokładniejsze doświadczenia

Pojawiło się zasadnicze pytanie:

**DLACZEGO JĄDRA ATOMOWE
PIERWIASTKÓW
EMITUJĄ PROMIENIOWANIE ?!**

Odpowiedź dała nowa nauka: Fizyka Jądrowa.



Etapy rozwoju fizyki jądrowej

Ernest Rutherford badał zachowanie pierwiastków radioaktywnych. W roku 1907 wykonał tzw. *Eksperyment Rutherforda*. Cząstki alfa przepuścił przez bardzo cienką złotą folię.

Rozkład kątowy rozproszonych cząstek skłonił Rutherforda do wysnucia wniosku, że cała masa oraz dodatni ładunek atomu skupiony jest w bardzo niewielkiej objętości. W ten sposób potwierdził eksperymentalnie istnienie jądra atomowego.

Interpretacja wyników tego eksperymentu leży u podstaw modelu atomu sformułowanego przez Rutherford'a – małe, dodatnio naładowane jądro, jest okrążane przez ujemnie naładowane elektrony.



Etapy rozwoju fizyki jądrowej

Ponad to, udowodnił, że źródłem promieniowania jest spontaniczny rozpad jąder atomów. W roku 1908 otrzymał za to odkrycie Nagrodę Nobla z chemii.

W 1919r kolejnym osiągnięciem Rutherford'a było dokonanie przemiany atomów azotu w tlen w wyniku reakcji jądrowej. W ten sposób udało mu się spełnić marzenie średniowiecznych alchemików o zmianie jednych pierwiastków w inne !!!

W roku 1921, Rutherford, współpracując z Nielsem Bohrem (który postulował poruszanie się elektronów po wybranych orbitach), stworzył teorię istnienia w jądrze neutronów, które w jakiś sposób kompensują siły powodujące odpychanie się dodatnio naładowanych protonów, tak, że jądro zachowuje się jak obiekt spójny.



Etapy rozwoju fizyki jądrowej

Teorię Rutherford'a – przewidującą istnienie neutronów – udowodnił w roku 1932 jego współpracownik James Chadwick, który w 1935 r. otrzymał za to odkrycie nagrodę Nobla w dziedzinie fizyki.

W modelu Rutherford'a zwiększanie ilość nukleonów jądrze prowadzi do wzrostu siły odpychania kulombowskiego pomiędzy protonami. W efekcie siły odpychania zaczynają przeważać nad siłami przyciągania, czyli tzw. silnymi oddziaływaniami jądrowymi. Jądro takie traci stabilność i prędzej, czy później rozpadnie się!

Niestabilne jądro emituje cząsteczkę alfa lub beta zamieniając się w jądro innego pierwiastka. Przemiana zachodzi – oczywiście – zgodnie z zasadą zachowania ładunku i energii !!



KRÓTKA HISTORIA PROMIENIOTWÓRCZOŚCI

Etapy rozwoju fizyki jądrowej

Zatem skąd w jądrze elektron ???

Jak w ogóle zachodzi ta przemiana ???



Etapy rozwoju fizyki jądrowej

Naukowcy w latach dwudziestych starali się odpowiedzieć na te pytania. Jednak odkryli tylko kolejne sprzeczności i niewiadome. Dopiero w 1931 roku Wolfgang Pauli wytłumaczył ten proces. Stwierdził, iż w czasie przemiany beta w jądrze jeden z neutronów zmienia się w proton, elektron i neutrino (dziś zwane antyneutrinem – cząstkę, która ma ładunek równy zeru i nie ma masy spoczynkowej) – które opuszczają jądro.

Teorią rozpadu beta zajął się Enrico Fermi. W wyniku wnikliwej analizy wprowadził do nauki nową siłę: oddziaływanie słabe. Opublikował tę pracę w 1933r po włosku, gdyż jej oryginalna wersja – angielska – została odrzucona przez czasopismo "Nature" jako „zbyt spekulatywna!”. Pierwsze próby doświadczalnego potwierdzenia tej teorii miały miejsce dopiero w roku 1953.



Etapy rozwoju fizyki jądrowej

Za badania mające na celu "odkrycie nowych substancji promieniotwórczych... i odkrycie selektywnego działania spowolnionych neutronów" Fermi otrzymał w 1938 Nagrodę Nobla w dziedzinie fizyki. Przeoczył jednakże zjawisko o wielkim znaczeniu !!!

Podczas systematycznych prób napromieniowywania różnych pierwiastków, Fermi i jego koledzy zbombardowali spowolnionymi neutronami również uran. Nieuchronnie doprowadziło to do rozszczepienia jądrowego, ale Fermi uważał, że doszło do powstania pierwiastków tzw. trans-uranowych. W przemówieniu w okazji odbierania Nagrody Nobla nawiązał do rzekomego wyprodukowania przez siebie pierwiastków o liczbach atomowych 93 i 94, które nazwał *ausonium* i *hesperium*.



Etapy rozwoju fizyki jądrowej

Już w 1938 Otto Hahn i Lise Meitner jako pierwsi uświadomili sobie, że w tego rodzaju reakcjach dochodzi do tzw. rozszczepienia jądra atomowego.

Rozszczepienie jądra atomowego, jest to rodzaj rozpadu promieniotwórczego jądra atomowego ciężkich pierwiastków na ogół na dwa, czasem na więcej fragmentów, również będących jądrami atomowymi. Powstałe w jego wyniku fragmenty mają nadmiar neutronów, które emitowane są z tych jąder po rozszczepieniu.

W Ameryce Fermi wkrótce został wciągnięty w przedsięwzięcie zmierzające do uzyskania kontrolowanej łańcuchowej reakcji jądrowej. W 1942 zbudował pierwszy reaktor jądrowy pod płytą stadionu University of Chicago w Stagg Field, przy użyciu grafitu, jako moderatora rozszczepialnego. Fermi i jego zespół przystąpili do konstruowania pierwszego stosu atomowego.



Etapy rozwoju fizyki jądrowej

2 grudnia 1942 o godzinie 14:20 rozpoczęła się era atomowa, gdyż właśnie wtedy uruchomiono stos Fermiego, w którym przez 28 minut dochodziło do samopodtrzymującej się reakcji łańcuchowej. Fermi pracował nad *projektem Manhattan* i był świadkiem pierwszego wybuchu bomby atomowej w lipcu 1945 na pustyni w stanie Nowy Meksyk.

Teoria oddziaływań słabych Fermiego stworzona w 1932 roku w celu wyjaśnienia rozpadu beta postulowała istnienie *bozonu W* przenoszącego siły i powodującego przemiany cząstek. Teoria ta została połączona z elektrodynamiką kwantową w teorię tzw. oddziaływań elektroslabych. Chwilę jej powstania można uznać za pierwszą próbę unifikacji oddziaływań na poziomie reakcji jądrowych.



KRÓTKA HISTORIA PROMIENIOTWÓRCZOŚCI

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

KLASYCZNY MODEL BUDOWY MATERII

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



TREŚĆ

KLASYCZNY MODEL BUDOWY MATERII

**Jądro atomu - Defekt masy - Atom - Izotop
- Pierwiastek chemiczny - Jon - Cząsteczka**



O modelu atomu Bohra

Niels Bohr opracował w 1913 roku model atomu wodoru. Przyjął wprowadzony przez Ernesta Rutherforda model atomu, według którego elektron krąży wokół jądra jako naładowany punkt materialny, przyciągany przez jądro siłami elektrycznymi.

W modelu Bohra elektron krąży wokół jądra atomu po orbicie kołowej. Przez analogię do ruchu planet wokół Słońca model ten nazywano „modelem planetarnym atomu”.



O modelu atomu Bohra

Zastosowanie modelu Bohra nie ogranicza się jedynie do atomu wodoru. Model ten jest uniwersalny w tym sensie, że jest słuszny dla układu dwóch dowolnych cząstek naładowanych, które krążą wokół wspólnego środka masy z prędkościami znacznie mniejszymi od prędkości światła.

Model atomu Rutherforda nie przewidywał dyskretnego charakteru widma promieniowania wysyłanego przez atomy oraz nie wyjaśniał ich stabilności. Niels Bohr usunął tę trudność proponując model atomu oparty na dwóch nowych postulatach, sprzecznych z klasyczną elektrodynamiką.



KLASYCZNY MODEL BUDOWY MATERII

JĄDRO ATOMU

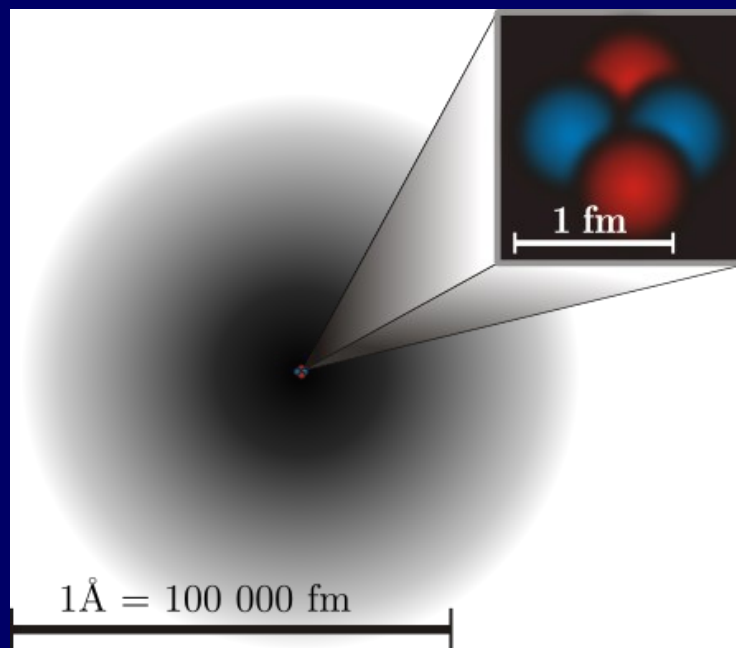


Jądro atomu

Wg Rutheforda jądro atomowe zbudowane jest z nukleonów: protonów o dodatnim ładunku elektrycznym i elektrycznie obojętnych neutronów. Wg Bohra jądro atomu jest otoczone przez powłoki elektronowe o elektrycznym ładunku ujemnym. W elektrycznie obojętnym atomie suma dodatnich ładunków protonów w jądrze jest równoważona przez sumę ujemnych ładunków chmury elektronów.



Jądro atomu



Jądro atomowe to centralna część atomu składająca się z protonów i neutronów, powiązanych siłami jądrowymi, stanowiąca niewielką część objętości całego atomu, skupiona jest w nim prawie cała jego masa.



Jądro atomu

Jądro atomowe jest charakteryzowane przez jego liczbę atomową i liczbę masową.

Liczba atomowa jest liczbą protonów w jądrze i określa ładunek elektryczny jądra. Ładunek ten jest głównym czynnikiem określającym – w następstwie – strukturę poziomów energetycznych elektronów w atomie.

Liczba masowa jest równa sumie liczby protonów i neutronów w jądrze i decyduje o masie danego atomu.



Jądro atomu

Świadomość budowy jądra atomowego w modelu Rutheford'a prowadzi do konieczności znalezienia odpowiedzi na dwa, związane ze sobą, podstawowe pytania:

Jak możliwe jest istnienie spójnego jądra, które jest podstawą istnienia atomu i, w następstwie, otaczającej nas materii. Przecież to typowa elektrostatyka – a więc protony o jednakowych ładunkach elektrycznych odpychają się!!! Zatem, który czynnik fizyczny równoważy to wzajemne odpychanie???



Jądro atomu

Czynnikiem równoważącym jest wzajemne oddziaływanie grawitacyjne zarówno neutronów jak i protonów.

Zatem do powstania jądra atomu niezbędne jest zbliżenie do siebie – protonów i neutronów – na bardzo małe (sub-jądrowe) odległości . Tak małe, aby siły elektrostatyczne i grawitacyjne co najmniej się zrównoważyły.

Ponieważ zarówno masy i wymiary neutronów są bardzo bliskie sobie, oznacza to, że liczba neutronów musi być co najmniej większa niż liczba protonów.



Jądro atomu

Zbliżenie do siebie protonów i neutronów na bardzo małe odległości wymaga **OGROMNYCH** energii. W przypadku pierwiastków naturalnych potrzebny był **WIELKI WYBUCH** i eony czasu w którym powstawały kolejne, coraz cięższe, pierwiastki. W przypadku pierwiastków wytwarzanych metodami technicznymi stosujemy różnego typu akceleratory nadające nukleonom i jonom ogromne energie kinetyczne.

Część energii włożonej w powstanie jąder atomów potrafimy odzyskać do budowy przemysłowych reaktorów jądrowych i – niechlubnie – broni jądrowej.

Ponieważ zarówno masy i wymiary neutronów są bardzo bliskie sobie, oznacza to, że liczba neutronów musi być co najmniej większa niż liczba protonów.



Deficyt masy

Jeśli znamy masę protonu i neutronu oraz wiemy, że atom składa się z protonów (Z) i neutronów ($A-Z$), to możemy obliczyć masę jądra atomu. W tym celu korzystamy ze wzoru:

$$m_{\text{jądra}} = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n$$

Masa neutronu pozostającego w spoczynku wynosi:

$$m_n = 1,67492747104(95) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

i jest tylko trochę większa od masy spoczynkowej protonu, ale ponad 1800 razy większa niż wartość masy spoczynkowej elektronu.



Deficyt masy

Okazuje się jednak, że wzór ten daje niezgodne wyniki w porównaniu z danymi eksperymentalnymi. MASA JĄDRA JEST BOWIEM ZAWSZE MNIEJSZA NIŻ SUMA MAS JEGO POSZCZEGÓLNYCH SKŁADNIKÓW (NUKLEONÓW) !!!.

Ten ubytek masy związany jest z oddziaływaniami jądrowymi i energią potrzebną do utrzymania jądra atomowego w całości. Podczas powstawania jądra energia związana z ubytkiem masy jądra – tzw. deficytem masy – została zamieniona na inną formę energii równą $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$.



KLASYCZNY MODEL BUDOWY MATERII

ATOM

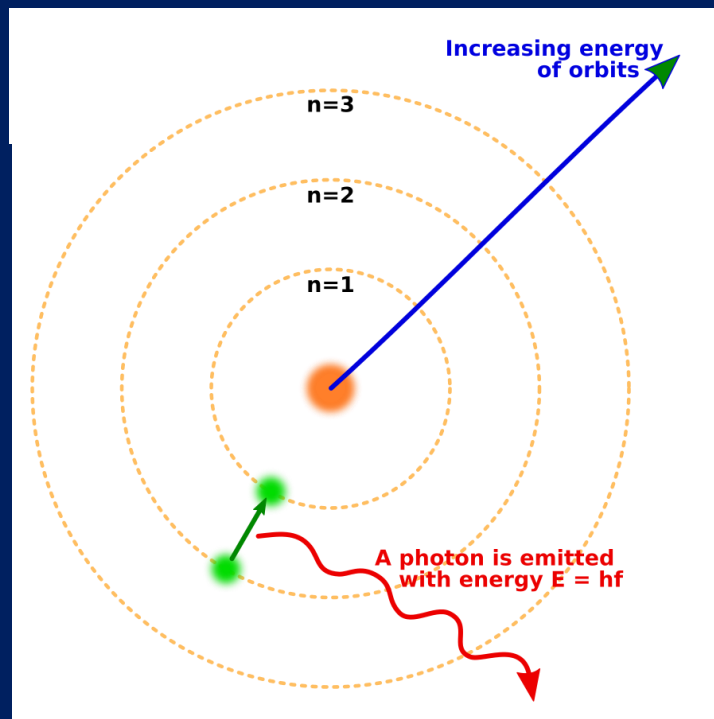


Atom

Idea istnienia niepodzielnych składników materii pojawiła się już w pismach starożytnych filozofów indyjskich i greckich. W XVII i XVIII wieku chemicy potwierdzili te przypuszczenia, identyfikując pierwiastki chemiczne i pokazując, że reagują one ze sobą w ściśle określonych proporcjach.



Atom



Atom składa się z małego dodatnio naładowanego jądra o dużej gęstości i otaczającej go chmury elektronowej o ujemnym ładunku elektrycznym.



Atom

Atomy mają rozmiary rzędu 10^{-10} m i masę rzędu 10^{-26} kg. Można je obserwować przez skaningowy mikroskop tunelowy. Ponad 99,9% masy atomu jest zawarte w jego jądrze.

Elektrony związane w atomach rozłożone są na powłokach, między którymi mogą przechodzić emitując bądź absorbując fotony o określonej energii.

W przekonaniu autora przedstawione modele Bohr'a i Rutherford'a pozwalają – bez wnikania w subtelności fizyki jądrowej – zilustrować większość zjawisk istotnych z punktu widzenia w diagnostyce i terapii radioizotopowej !!!



PIERWIASTEK CHEMICZNY



Pierwiastek chemiczny

Pierwotna definicja pierwiastka chemicznego podana przez Arystotelesa, głosząca, że jest to taka substancja, której nie da się rozłożyć na prostsze składniki, nie jest już współcześnie stosowana.

Współcześnie, pierwiastki chemiczne to zbiory atomów o tej samej liczbie protonów w ich jądrach. O właściwościach chemicznych pierwiastka decyduje struktura chmury elektronowej.



Pierwiastek chemiczny

Pierwiastek chemiczny to pojęcie chemiczne o dwóch znaczeniach:

- zbiór wszystkich atomów posiadających jednakową liczbę protonów w jądrze,**
- substancja chemiczna, która składa się wyłącznie z atomów posiadających jednakową liczbę protonów w jądrze.**

W odpowiednich warunkach atomy pierwiastków mogą łączyć się ze sobą, tworząc związki chemiczne. Niemal cała znana materia składa się z pierwiastków w pierwszym znaczeniu, które występują albo w stanie wolnym, albo w formie związków chemicznych i ich mieszanin.



KLASYCZNY MODEL BUDOWY MATERII

IZOTOP



Izotop

Izotopy to atomy pierwiastka o tej samej liczbie masowej lecz różnych liczbach atomowych. Promieniotwórcza ich odmiana (radioizotopy, radionuklidy) charakteryzuje się niestabilnymi jądrami które powstają samorzutnie. W wyniku tej przemiany powstają jądra innych atomów. Podczas przemiany promieniotwórczej emitowane są cząstki elementarne i/lub promieniowanie gamma.

Izotopy tego samego pierwiastka na ogół mają zbliżone własności fizyczne i chemiczne. Jednak im większa jest różnica mas atomowych izotopów, tym większe mogą być różnice ich własności fizycznych lub chemicznych. Izotopy danego pierwiastka mogą mieć inną gęstość, temperaturę wrzenia, topnienia i sublimacji. Różnice te występują także w związkach chemicznych tworzonych przez izotopy.



Izotop

Izotopy, ze względu na stabilność, dzieli się na:

trwałe – nieulegające samorzutnej przemianie na izotopy tego samego lub innych pierwiastków,

nietrwałe – zwane izotopami promieniotwórczymi, które ulegają samorzutnej przemianie na inne izotopy, zazwyczaj innego pierwiastka.

Pierwiastki występują naturalnie zwykle jako mieszanina izotopów. Jest to główna przyczyna, która sprawia, że masy atomowe nie są liczbami całkowitymi.



KLASYCZNY MODEL BUDOWY MATERII

JON



Jon

Jon to atom lub grupa atomów połączonych wiązaniami chemicznymi, która ma niedomiar lub nadmiar elektronów w stosunku do protonów. Obojętne elektrycznie atomy i cząsteczki związków chemicznych mają równą liczbę elektronów i protonów, jony zaś są elektrycznie naładowane dodatnio lub ujemnie.

Jony naładowane dodatnio nazywa się kationami, zaś ujemnie – anionami. Jony mogą występować samodzielnie, w stanie wolnym (zwykle w fazie gazowej) lub tworzą tzw. pary jonowe, które mogą być luźno z sobą związane lub odwrotnie – tworzyć silne wiązania.



KLASYCZNY MODEL BUDOWY MATERII

CZĄSTECZKA



Cząsteczka

W odpowiednich warunkach atomy pierwiastków mogą łączyć się ze sobą, tworząc związki chemiczne.

Niemal cała znana materia składa się z pierwiastków chemicznych w pierwszym znaczeniu, które występują albo w stanie wolnym albo w formie związków chemicznych i ich mieszanin.

Cząsteczka może się składać z atomów jednego, jak w przypadku tlenu O_2 , lub różnych, czego przykładem jest woda H_2O .



KLASYCZNY MODEL BUDOWY MATERII

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

BUDOWA MATERII WG MODELU STANDARDOWEGO

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



TREŚĆ

BUDOWA MATERII WG MODELU STANDARDOWEGO

Skala cząstek fundamentalnych i oddziaływań podstawowych

- Skala jądra atomu - Skala atomu**
- Skala cząsteczki - Skala makroskopowa**



Organizacja materii w modelu standardowym

**Skala cząstek fundamentalnych
i oddziaływań podstawowych**



Skala jądra atomowego



Skala atomowa



Skala cząsteczkowa



Skala makroskopowa



**SKALA CZĄSTEK
FUNDAMENTALNYCH
I ODDZIAŁYWAŃ PODSTAWOWYCH**



Skala cząstek fundamentalnych i oddziaływań podstawowych

Model standardowy wprowadza 12 cząstek, z których zbudowana jest materia, zwanych fermionami i 12 cząstek, odpowiedzialnych za przenoszenie oddziaływań między innymi cząstkami, zwanych bozonami („cząstek promieniowania”).

Bozony

- gluony odpowiedzialne za oddziaływania silne
- wuony i zeton odpowiedzialne za oddziaływania słabe
- foton, który pośredniczy w przenoszeniu oddziaływań elektromagnetycznych

Fermiony

- kwarki
- leptony



Skala cząstek fundamentalnych i oddziaływań podstawowych

Nowe teorie

Obecnie zaczyna panować przekonanie, że model standardowy jest teorią tymczasową i trwają intensywne prace nad znalezieniem teorii bardziej podstawowej – być może cząstki uważane za „elementarne” przez model standardowy, w nowej teorii okażą się cząstkami złożonymi; fizycy mają też nadzieję, że będzie ona zawierała cząstki nieujęte w modelu standardowym.

Chodzi tu przede wszystkim o hipotetyczne grawitony, które miałyby być odpowiedzialne za przenoszenie oddziaływań grawitacyjnych. Ogólna teoria miałaby łączyć wreszcie wszystkie cztery typy podstawowych oddziaływań w przyrodzie.



Skala cząstek fundamentalnych i oddziaływań podstawowych

Nowe teorie

Według teorii superstrun, każda cząstka fundamentalna jest przejawem innego rodzaju drgań superstruny (struny drgają bezustannie w sposób podobny jak fale stojące: cząstki miałyby być obrazem drgań analogicznie jak orbitale atomowe w modelu atomu Bohra są węzłami fali stojącej według teorii fal materii).

Istnieje też grupa modeli zwanych supersymetrycznymi. Przewiduje ona, że każda ze znanych cząstek ma swego, nieodkrytego jeszcze, supersymetrycznego partnera, zwanego s-cząstką. Mają one większą masę niż „zwykłe” cząstki. Rozważania teoretyczne sugerują, że masa ich może leżeć w obszarze kilkuset GeV do 1 TeV, czyli nieco poza zasięgiem istniejących akceleratorów.



SKALA JĄDRA ATOMU



Skala jądra atomu

Jądro atomowe tworzą dwa – będące barionami – nukleony: proton i neutron. Sprawia to, że neutron ma zerowy ładunek, a proton równy $+1 e$.

Protony odpychają się elektrostatycznie, jednak jądro utrzymywane jest w całości przez oddziaływanie tzw silne. Działa ono tylko na niewielką odległość, dlatego jądra zbyt duże i masywne stają się nietrwałe, co prowadzi do samorzutnego ich rozpadu.

Jądro atomowe o określonej liczbie protonów i neutronów nazywamy nuklidem. Nuklidy o jednakowej liczbie protonów, a różnej neutronów, to izotopy, o jednakowej liczbie neutronów, a różnej protonów, to izotony, zaś o jednakowej liczbie masowej, lecz różnych liczbach protonów i neutronów, to izobary.



BUDOWA MATERII WG MODELU STANDARDOWEGO

SKALA ATOMU



Skala atomu

Obiekt fizyczny złożony z jądra atomowego i znajdujących się w otoczeniu jądra (ale w odległości znacznie większej niż promień jądra), związanych z nim oddziaływaniem elektromagnetycznym (siłą elektrostatyczną), elektronów to atom. Nazwa ta pochodzi z greckiego *ἄτομος* – niepodzielny, gdyż kiedyś uważano go za najprostszy składnik materii.

Elektron w atomie może znajdować się w jednym z wielu możliwych tzw. stanów kwantowych, opisywanych matematycznie tzw. funkcją falową, z której wynika m.in. prawdopodobieństwo znalezienia tej cząstki w zadanym obszarze. Falowa natura cząstek elementarnych sprawia, że ich położenie nie jest ściśle określone.



Skala atomu

Niekiedy, za Feynmanem, mówi się o chmurze elektronowej (o gęstości i kształcie zależnych od stanu kwantowego), zamiast o elektronie w atomie, dla podkreślenia, że elektron powinien być traktowany raczej jako obiekt rozmyty, zgodnie z jego falową naturą.

Dozwolone prawami mechaniki kwantowej stany elektronu w atomie, są opisywane przez funkcje falowe zwane orbitalami atomowymi.

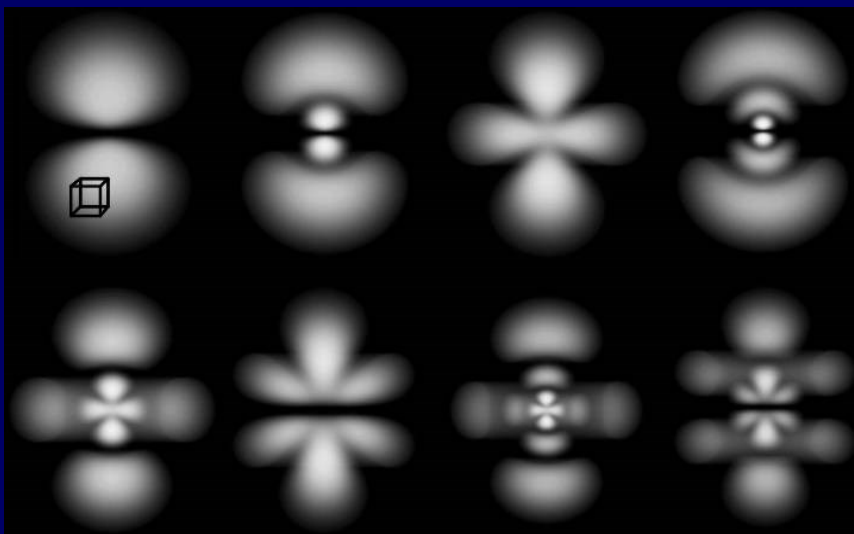
Energia elektronu, kręt (orbitalny moment pędu), spin oraz orientacja przestrzenna wektorów krętu i spinu mogą przybierać wyłącznie wartości nieciągłe (skwantowane), określone przez liczby kwantowe: n, l, ml, s, ms .



Skala atomu

Według Zakazu Pauliego sprawia, że dwa elektrony nie mogą być w stanie o tych samych wartościach wszystkich liczb kwantowych. Trzy liczby kwantowe: n , l , m_l , wyznaczają tzw. orbital.

Orbitale atomowe grupują się w tzw. powłoki i podpowłoki elektronowe. Przypisanie elektronów poszczególnym podpowłokom to tzw. konfiguracja elektronowa atomu.



Kształty orbitali – miejsc w których najbardziej prawdopodobne jest znalezienie elektronu.



Skala atomu

Atom, w którym liczba elektronów jest różna od liczby protonów (co powoduje posiadanie przez atom niezerowego wypadkowego ładunku elektrycznego) nazywamy jonem.

Zbiór atomów o tej samej liczbie protonów w jądrze (liczbie atomowej), to pierwiastek chemiczny. Atomy jednego pierwiastka mogą różnić się liczbą neutronów w jądrze – są to tzw. izotopy.



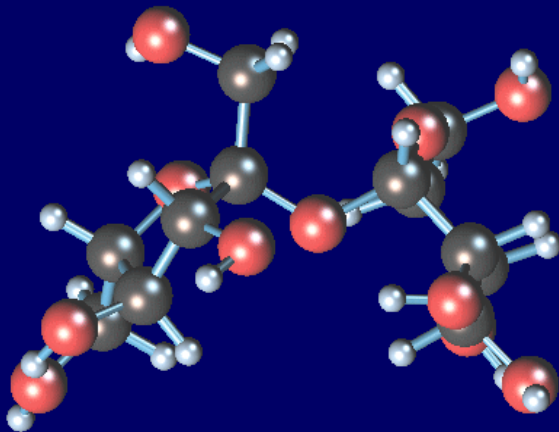
BUDOWA MATERII WG MODELU STANDARDOWEGO

SKALA CZĄSTECZKI



Skala cząsteczki

Atomy mogą łączyć się w cząsteczki, których względną trwałość zapewniają wiązania chemiczne. Wiązania chemiczne powstają dzięki wymianie elektronów między atomami, która może odbywać się na dwa sposoby: kowalencyjny i jonowy.



Schematyczny model najbardziej prawdopodobnego położenia atomów w cząsteczce sacharozy i wiązań między nimi.



Skala cząsteczki

Najmniejsze cząsteczki zawierają tylko dwa atomy (np. H^2), największe mogą liczyć nawet setki milionów atomów (np. DNA). Największe cząsteczki można już obserwować z użyciem mikroskopu optycznego.

Wiązanie kowalencyjne polega na współnianiu par elektronów przez dwa lub więcej atomów. W kategoriach mechaniki kwantowej współniowane pary elektronów obsadzają odpowiednie orbitale molekularne.

Wiązanie jonowe polega na trwałym przeniesieniu elektronów z jednego atomu na drugi, w efekcie którego na jednym z atomów tworzy się całkowity ładunek ujemny, a na drugim dodatni. W efekcie powstaje para jonowa, która jest związana z sobą zwykłymi oddziaływaniami elektrostatycznymi.



BUDOWA MATERII WG MODELU STANDARDOWEGO

SKALA MAKROSKOPOWA



Skala makroskopowa

Obok wiązań atomowych istnieją oddziaływania, w których elektrostatycznie oddziałują całe cząsteczki. Oddziaływania te starają się związać cząsteczki ze sobą w większe struktury (agregaty, krystality). Przeciwstawia się temu ciągły ruch cząsteczek, którego makroskopowym przejawem jest temperatura.

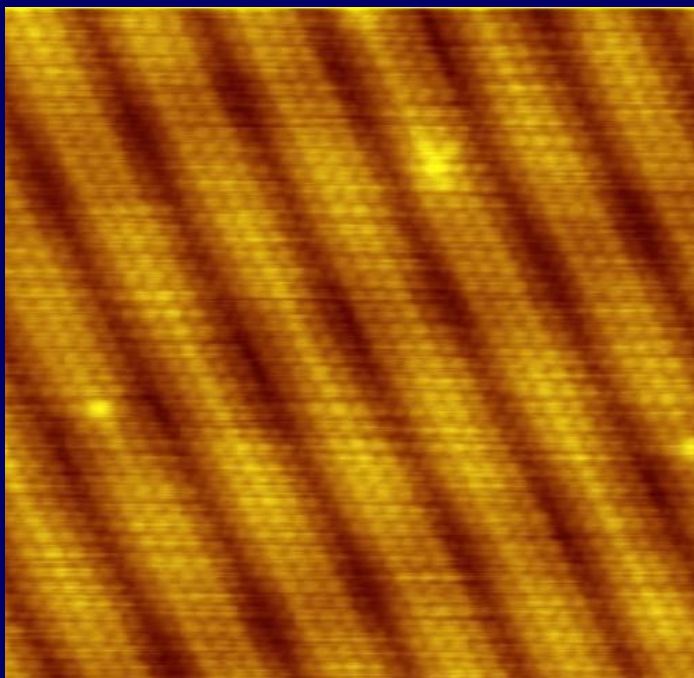
Za pomocą oddziaływań międzycząsteczkowych (siły Van Der Waalsa, wiązania wodorowe itp.) cząsteczki chemiczne niekiedy łączą się w tzw. cząstki supramolekularne.

Cząstki supramolekularne odgrywają kluczową rolę w funkcjonowaniu organizmów żywych. Część tego rodzaju cząstek jest na tyle duża, że da się je obserwować pod mikroskopem optycznym.



Skala makroskopowa

W skali makroskopowej z czterech oddziaływań obserwowalne są jedynie oddziaływania elektromagnetyczne i grawitacja, gdyż zanikają one najwolniej wraz z odległością.



Obraz ze skaningowego mikroskopu tunelowego pokazujący pojedyncze atomy złota.



BUDOWA MATERII WG MODELU STANDARDOWEGO

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

ZAPISY REAKCJI JĄDROWYCH

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



TREŚĆ

RADIOCHEMICZNY ZAPIS ATOMU

Radiochemiczny zapis atomu

SCHEMATY ROZPADÓW W RADIOCHEMII

Schemat graficzny - Układ współrzędnych



ZAPISY REAKCJI JĄDROWYCH

RADIOCHEMICZNY ZAPIS ATOMU



Radiochemiczny zapis atomu

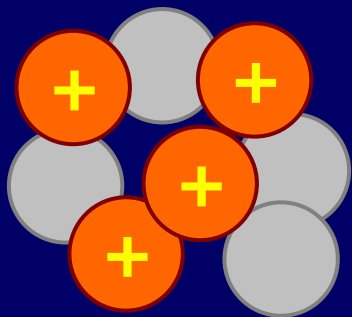
Pojęcie nuklidu jako rodzaju atomu o danym składzie jądra atomowego wyrażonego liczbą protonów i neutronów zostało wprowadzone przez Trumana Paula Kohmana w 1947 r.

Nuklid to rodzaj konkretnego atomu o jądrze składającym się określonej liczby nukleonów (protonów i neutronów).

Na potrzeby radiochemii wykorzystano istniejący i ogólnie znany zapis stosowany w chemii, wzbogacony o informację liczbową dotyczącą budowy jądra atomu. W efekcie zachowano stechiometryczny charakter reakcji jądrowych.



Radiochemiczny zapis atomu



N – liczba neutronów

Z – liczba protonów

A – liczba nukleonów

$$A = Z + N$$

liczba masowa →

liczba atomowa →



← *symbol pierwiastka*



SCHEMATY ROZPADÓW W RADIOCHEMII



Schemat graficzny rozpadów

Schemat rozpadu promieniotwórczego jądra izotopu jest graficznym przedstawieniem wybranych, bądź wszystkich sposobów rozpadu oraz przejść energetycznych charakterystycznych dla tego radionuklidu. Rysunkowi towarzyszą opisy charakteryzujące ilościowo opisywany rozpad (przemianę).

Przez rozpad promieniotwórczy rozumiemy samorzutnie zachodzącą przemianę w wyniku której promieniotwórcze jądro nuklidu zamienia się w jądro innego nuklidu, które także może być promieniotwórcze.



Schemat graficzny rozpadów

Rozpadom tym towarzyszy wyemitowanie promieniowania, które może pochodzić zarówno z rozpadu jąder pewnych niestabilnych jąder nuklidów, jak i może być wytwarzane sztucznie drogą przyspieszania naładowanych cząstek.

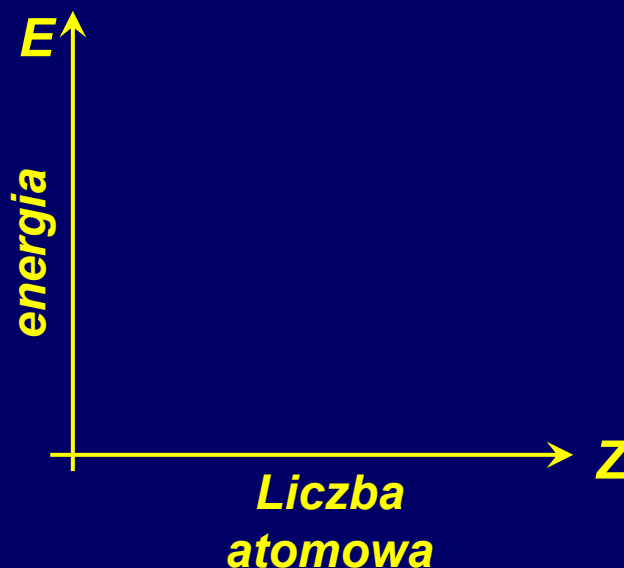
Wśród pierwiastków promieniotwórczych można wymienić te pochodzenia naturalnego jak: aktyn Ac, astat At, frans Fr, neptun Np, polon Po, pluton Pu, radon Rn, rad Ra, protaktyn Pa, tor Th i uran U, oraz te wytworzone sztucznie przez człowieka: ameryk Am, kiur Cm, lorens Lr, berkel Bk, ferm Fm, kaliforn Cf, mendelew Md, czy technet Tc.

Schemat graficzny rozpadów to rysunek zawierający układ współrzędnych, symbole nuklidów, energie nuklidu początkowego i końcowego wraz z liczbami masowymi i atomowymi oraz wyemitowane promieniowanie: cząstki lub kwanty.



Stosowany układ współrzędnych

Przyjęto, że osią poziomą układu współrzędnych jest liczba atomowa Z , zaś osią pionową energia E .



W schematach dostępnych w literaturze przedmiotu osie współrzędnych zwyczajowo pomija się!



ZAPISY REAKCJI JĄDROWYCH

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

SCHEMATY PROSTYCH REAKCJI JĄDROWYCH

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



TREŚĆ

ROZPAD BETA MINUS

Rozpad beta minus - Przykłady rozpadów beta minus

ROZPAD BETA PLUS

Rozpad beta plus - Przykłady rozpadów beta plus

ROZPAD ALFA

Rozpad alfa - Przykłady rozpadów alfa

WYCHWYT K

Wychwyt K- Przykłady wychwytów K

ROZPAD GAMMA

Rozpad gamma - Przykłady rozpadów gamma



SCHEMATY PROSTYCH REAKCJI JĄDROWYCH

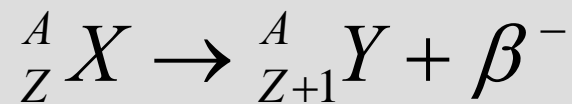
ROZPAD BETA MINUS

Rozpad beta minus

Jeśli w jądrze pierwiastka X dojdzie przemiany jednego z neutronów w proton to powstanie atom pierwiastka Y i nastąpi, wypromieniowanie cząstki, β^- , czyli elektronu o ładunku ujemnym:



W wyniku przemiany β^- liczba masowa jądra atomu pierwiastka Y pozostaje taka sama jak pierwiastka X , natomiast jego liczba atomowa wzrasta o 1. Ogólnie:

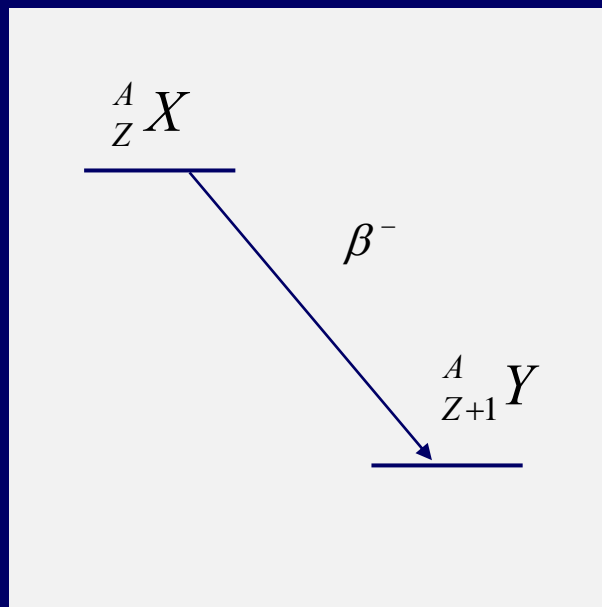


Cząstki β^- wypromieniowane w wyniku takiej przemiany mają energię kinetyczną mierzoną w MeV.



Rozpad beta minus

Jądro początkowe



Jądro wynikowe

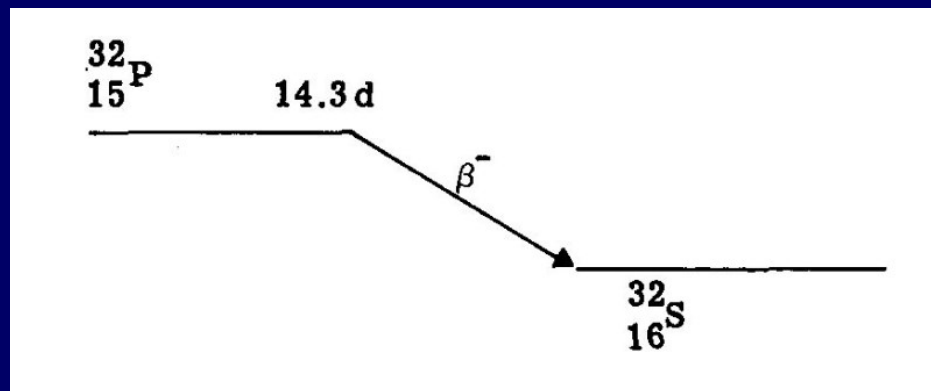
W wyniku emisji cząstki β^- powstaje nowy pierwiastek o energii jądra mniejszej od energii jądra początkowego i liczbie atomowej o 1 większej. Zatem, na schemacie, strzałka reprezentująca cząstkę jest skierowana w prawo.



Przykłady rozpadów beta minus

W jądrze neutron przemienia się w proton, emitując elektron i tzw. antyneutrino elektronowe: ${}_0^1n \rightarrow {}_1^1p + {}_{-1}^0e + {}_0^0\bar{\nu}_e$

Przykłady izotopów, które ulegają rozpadowi beta minus: P-32, Cs-137, Co-60, Na-24, C-14, H-3 (tryt).





SCHEMATY PROSTYCH REAKCJI JĄDROWYCH

ROZPAD BETA PLUS

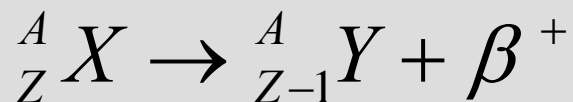


Rozpad beta plus

Jeśli w jądrze pierwiastka X dojdzie przemiany jednego z protonów w neutron to powstanie atom pierwiastka Y i nastąpi, wypromieniowanie cząstki β^+ , czyli elektronu o ładunku dodatnim:



W wyniku przemiany β^+ liczba masowa jądra atomu pierwiastka Y pozostaje taka sama jak pierwiastka X , natomiast jego liczba atomowa maleje o 1. Ogólnie:

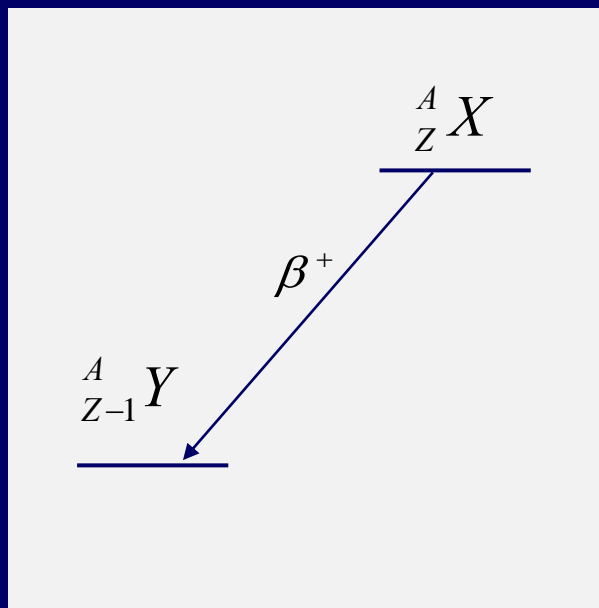


Cząstki β^+ wypromieniowane w wyniku takiej przemiany mają energię kinetyczną mierzoną w MeV.



Rozpad beta plus

Jądro wynikowe



Jądro początkowe

W wyniku emisji cząstki β^+ powstaje pierwiastek o energii jądra mniejszej od energii jądra początkowego i liczbie atomowej o 1 mniejszej. Zatem, na schemacie, strzałka reprezentująca cząstkę jest skierowana w lewo.



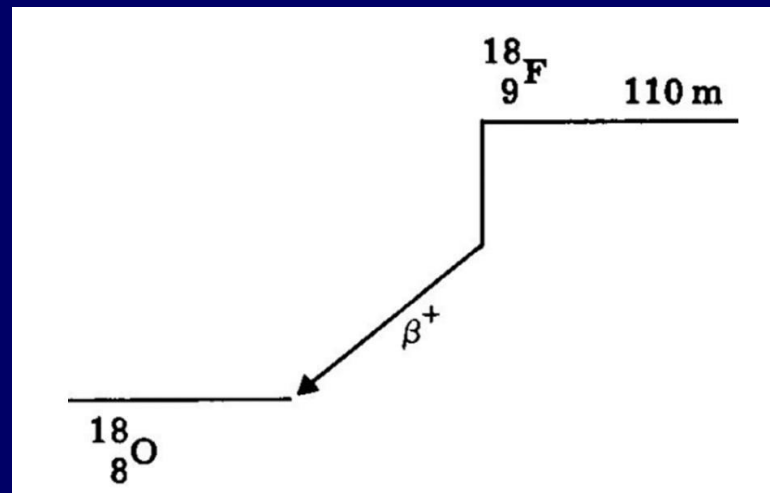
Rozpad beta plus

W jądrze atomu proton przemienia się w neutron, emitując dodatnio naładowany elektron i tzw. neutrino elektronowe:



Przykłady izotopów, które ulegają rozpadowi beta plus: F-18, C-11, N-13, O-15, i Na-22.

Przykładowe zapisy rozpadów:





SCHEMATY PROSTYCH REAKCJI JĄDROWYCH

ROZPAD ALFA



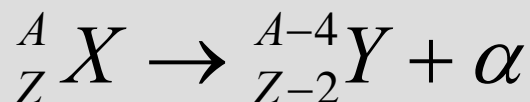
Rozpad alfa

Spośród promieniotwórczych jąder atomowych rozpadowi alfa ulegają głównie jądra cięższe – w jednostka masy atomowej powyżej 200u, ale także wyjątkowo, w okolicach masy 100u. W rzeczywistości jest to jądro helu ${}^4_2\text{He}^{2+}$.

Cząstka alfa formuje się już w jądrze. Ma energię mniejszą od energii potrzebnej na pokonanie sił przyciągania przez nukleony jądra, ale dzięki tzw. kwantowemu zjawisku tunelowania przenika poza jądro.

W wyniku przemiany alfa liczba masowa jądra atomu pierwiastka X maleje o 4, natomiast jego liczba atomowa maleje o 2.

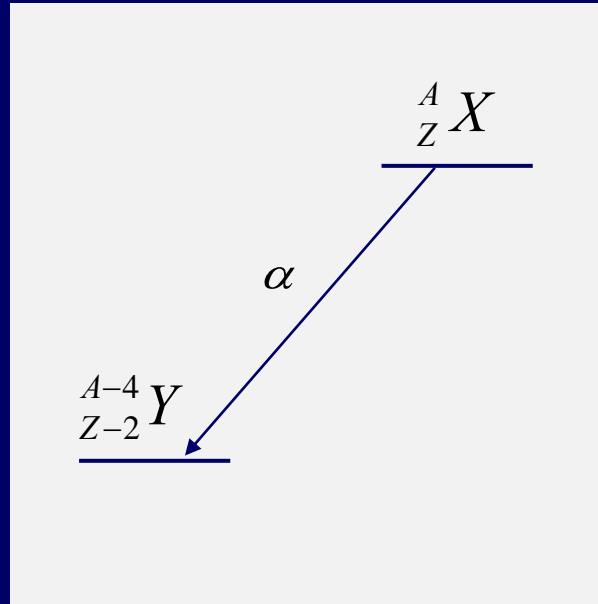
Ogólnie:





Rozpad alfa

Jądro wynikowe



Jądro początkowe

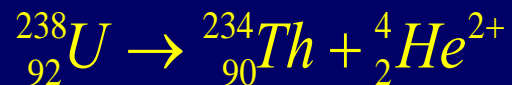
W wyniku emisji cząstki alfa powstaje nowy pierwiastek o energii jądra mniejszej od energii jądra początkowego, liczbie masowej mniejszej o 4 i liczbie atomowej mniejszej o 2. Zatem, na schemacie, strzałka reprezentująca cząstkę jest skierowana w lewo.



Rozpad alfa

Przykłady izotopów, które ulegają rozpadowi beta plus: U-238, Th-233, Ra-226.

Przykładowe zapisy rozpadów:





SCHEMATY PROSTYCH REAKCJI JĄDROWYCH

WYCHWYT K



Wychwył K

Wychwył elektronu (zwany teŹ odwrotną przemianą beta) jest reakcją jądrową, w której jeden z elektronów atomu jest przechwytywany przez proton z jądra nuklidu, w wyniku czego powstaje neutron (pozostający w jądrze) i tzw. neutrino elektronowe, które jest emitowane:



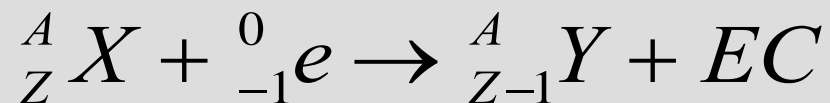
W literaturze wychwył elektronu jest oznaczany akronimem *EC* (*ang.* Electron Capture).

Pochłonięcie elektronu przez jądro powoduje reorganizację elektronów na pozostałych powłokach. Na miejsce brakującego "przeskakuje" elektron z wyższej orbity. Nadwyżka energii jaką posiada "przeskakujący elektron" jest emitowana w postaci kwantu lub kilku kwantów promieniowania.



Wychwyty K

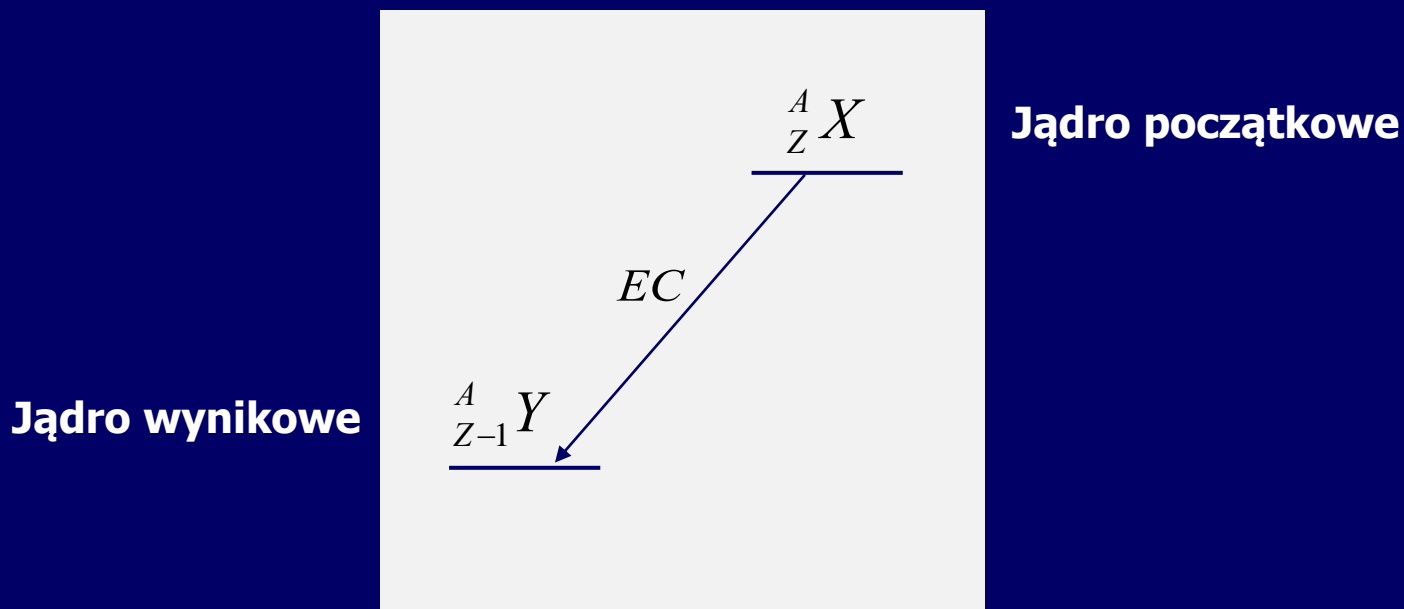
W konsekwencji tej reakcji liczba protonów w jądrze nuklidu X maleje, a liczba neutronów rośnie o 1. Tak więc nowo powstały nuklid Y ma liczbę atomową mniejszą o 1, ale jego liczba masowa pozostaje bez zmian. Ogólnie:



Wychwyty EC ulegają przeważnie jądra ciężkie. Przechwytywanym elektronem jest zwyczaj elektron najbliższy jądru, czyli pochodzący z powłoki K, dlatego przemianę tę nazywa się też "wychwyty K" (choć zdarza się także wychwyty z powłoki L).



Wychwyty K

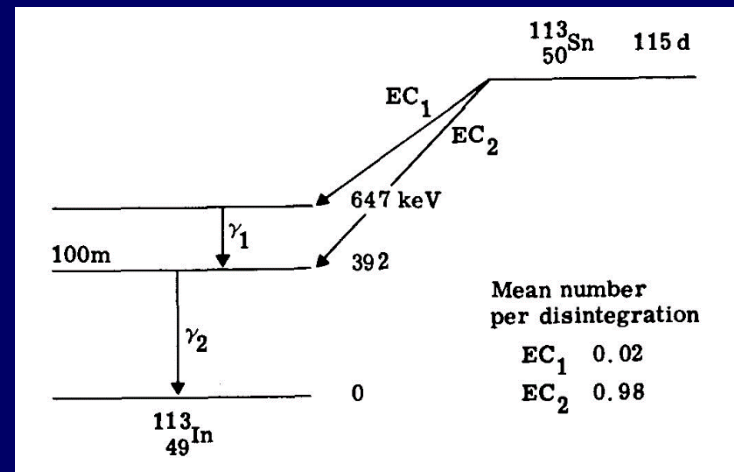
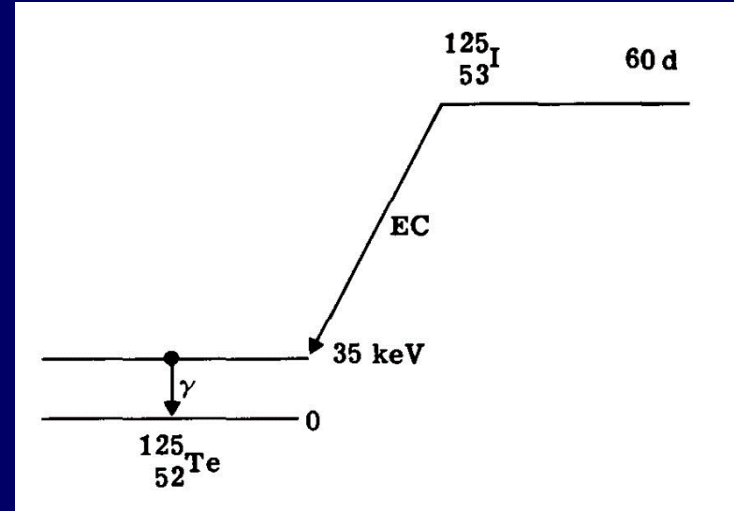
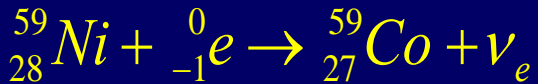
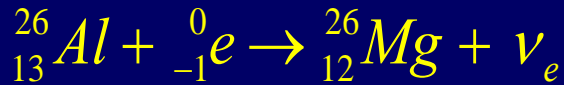


W wyniku wychwyty K powstaje nowy nuklid wynikowy, którego jądro ma energię mniejszą od energii jądra nuklidu początkowego. Liczby masowe obu nuklidów są takie same. Natomiast zmniejsza się o 1 liczba atomowa. Zatem, na schemacie, strzałka jest skierowana w lewo.



Wychwyty K

Przykłady izotopów, które ulegają wychwytoowi K: Al-26, Ni-59, Sn-113, I-125, Np-235:





SCHEMATY PROSTYCH REAKCJI JĄDROWYCH

ROZPAD GAMMA



Rozpad gamma

Rozpad gamma to przemiana jądrowa, podczas której powstaje promieniowanie gamma, czyli kwant energii elektromagnetycznej – tzw. foton. Na rozpad ten składają się dwie fazy.

W pierwszej fazie, jądro nuklidu początkowego X przekształca się w jądro nuklidu wynikowego Y , najczęściej wskutek rozpadu beta minus, któremu towarzyszy tzw. antyneutrino elektronowe:



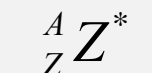
W drugiej fazie, jeśli jądro nuklidu Z jest w tzw. stanie wzbudzonym Z^* – czyli ma energię większą od energii takiego jądra w stanie podstawowym – może dojść do emisji kwantu gamma :



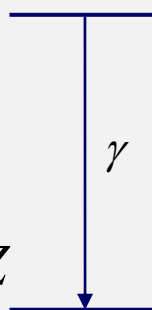


Rozpad gamma

Jądro początkowe



Jądro wynikowe



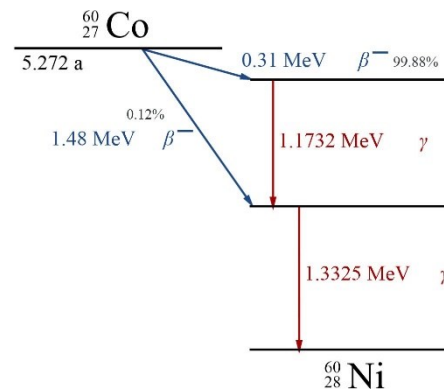
W wyniku kwantu skład jądra nuklidu Z^* nie zmienia się, zatem liczby masowa i atomowa pozostają bez zmian. Maleje jedynie energia jego jądra. Zatem, na schemacie, strzałka reprezentująca rozpad jest skierowana pionowo i w dół.



Przykładowy rozpad gamma

Wzbudzony w wyniku emisji beta minus atom ${}^{60}_{28}\text{Ni}^*$ bardzo szybko przechodzi do stanu podstawowego ${}^{60}_{28}\text{Ni}$ emitując dwa fotony promieniowania gamma: γ_1 i γ_2 o energiach 1.17 i 1.33 MeV.

Przykładowy zapis rozpadów:





Rozpad gamma ze stanem metastabilnym

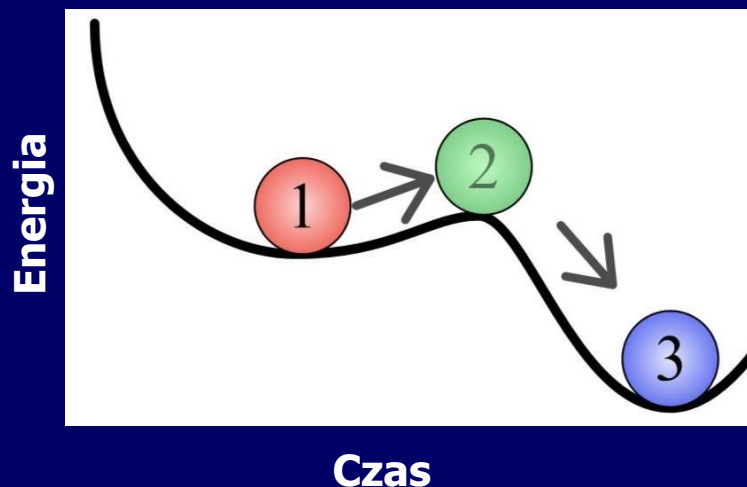
Jądra nuklidów Z^* w stanie wzbudzonym trwają bardzo krótko. Natychmiast emitują kwanty gamma i przechodzą w stan stabilny. W medycynie nuklearnej, której zadaniem jest obrazowanie procesów fizjologicznych trwających minuty lub godziny potrzebne są te nuklidy, których jądra pozostają w stanie wzbudzonym przez podobne czasy.

Niektóre nuklidy mają tę wyjątkową właściwość, która nazywa się metastabilnością! Paradoks w tym, że największa ilość badań w medycynie nuklearnej wykonywana jest właśnie z użyciem takiego metastabilnego izotopu – technetu ${}^{m99}_{43}\text{Tc}$.



Rozpad gamma ze stanem metastabilnym

Sekwencję zdarzeń w zjawisku metastabilności ilustruje poniższy rysunek:



Wzbudzone jądro nie przechodzi natychmiast do stanu stabilnego lecz przez dłuższy czas zachowuje „pośrednią” energię **1**, by z opóźnieniem przejść do stanu stabilnego **3**.



SCHEMATY PROSTYCH REAKCJI JĄDROWYCH

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

SCHEMATY SZEREGÓW PROMIENIOTWÓRCZYCH

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



SCHEMATY SZEREGÓW PROMIENIOTWÓRCZYCH

TREŚĆ

SCHEMATY SZEREGÓW PROMIENIOTWÓRCZYCH

Szeregi promieniotwórcze - Przykłady szeregów promieniotwórczych - Przykład rzeczywistego szeregu promieniotwórczego



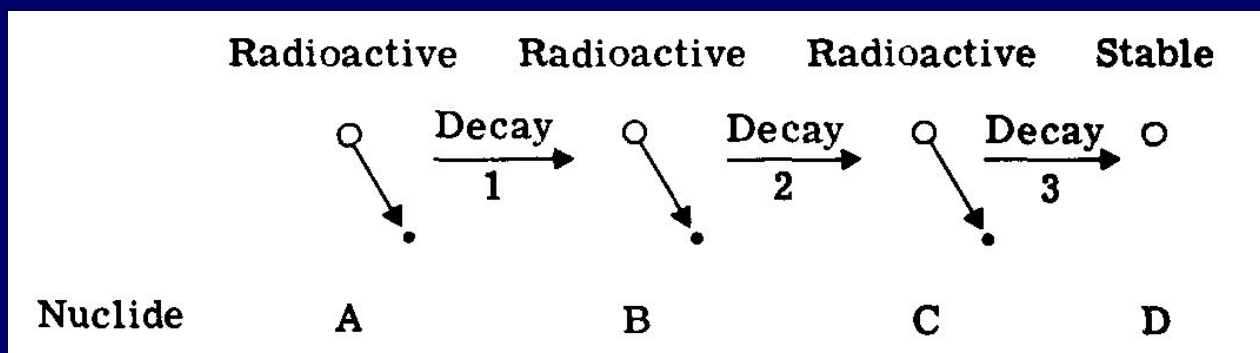
SCHEMATY SZEREGÓW PROMIENIOTWÓRCZYCH

SCHEMATY SZEREGÓW PROMIENIOTWÓRCZYCH



Szeregi promieniotwórcze

Szereg promieniotwórczy, to łańcuchy powiązanych rozpadów promieniotwórczych. Nuklid końcowy jednego rozpadu jest nuklidem macierzystym rozpadu następnego.

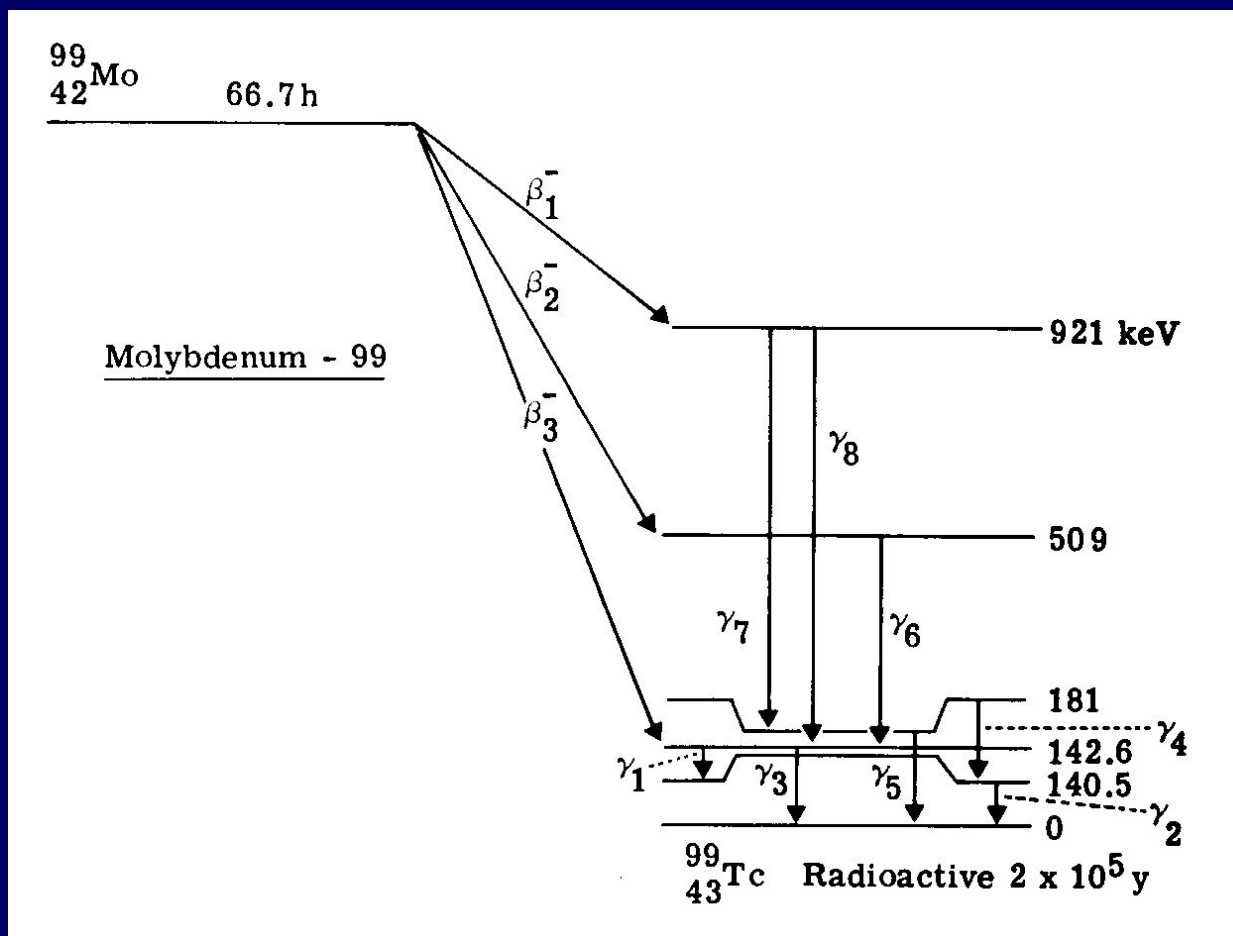


Przemiany jądrowe zachodzące w szeregach to głównie rozpady typu alfa i beta minus. Niektóre jądra promieniują na obydwa sposoby, przez co szeregi promieniotwórcze bywają rozgałęzione.

Szereg zamyka nuklid trwały lub (w obszarze pierwiastków najcięższych) nuklid podlegający samorzutnemu rozszczepieniu.



Przykład rzeczywistego szeregu promieniotwórczego





Rodziny promieniotwórcze

4 szeregi promieniotwórcze noszą nazwę rodzin promieniotwórczych rozpoczynających się – występującymi w przyrodzie – izotopami toru i uranu: ^{232}Th (rodzina torowa), ^{235}U (rodzina aktynowa) i ^{238}U (rodzina uranowo-radowa), oraz wytworzonym sztucznie izotopem neptunu ^{237}Np (rodzina neptunowa).



SCHEMATY SZEREGÓW PROMIENIOTWÓRCZYCH

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ I JEJ MIARY

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

POMIARY I ICH DOKŁADNOŚĆ

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



TREŚĆ

KILKA SŁÓW O POMIARACH

PRZYCZYNY NIEPEWNOŚCI POMIARÓW

PRZYKŁADY OSZACOWANIA NIEPEWNOŚCI

**Oszacowanie niepewności pomiarów jednokrotnych
– Oszacowanie niepewności pomiarów wielokrotnych**

SPOSÓB ZAPISU I RODZAJE NIEPEWNOŚCI

Niepewność bezwzględna – Niepewność względna

POZIOM I PRZEDZIAŁ UFNOŚCI

Niepewność bezwzględna – Niepewność względna



Kilka słów o pomiarach

Czynność określana mianem pomiaru jest wszechobecna w działalności człowieka. Począwszy od weryfikacji teorii o różnym zasięgu, od mikroświata do kosmosu, poprzez techniki i technologie wytwarzania dowolnych przedmiotów lub procesów, aż do naszej orientacji w czasie i przestrzeni. Wszystkie pomiary, jakkolwiek staranne i naukowe, są narażone na występowanie różnych niepewności ich wyników.

Wszystkie pomiary, jakkolwiek staranne i naukowe, są narażone na występowanie różnych niepewności ich wyników.



Kilka słów o pomiarach

W roku 1995 z inicjatywy Międzynarodowego Komitetu Miar (CIPM) zostały określone międzynarodowe normy opisujące niepewności pomiarowe. Międzynarodowa Organizacja Normalizacyjna (ISO) wydała „Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement”, który stanowi wspólne dzieło uzgodnień dokonanych przez siedem ważnych międzynarodowych organizacji. Zgodnie z umowami międzynarodowymi Polska zobowiązała się do zastosowania normy ISO dotyczącej obliczania i zapisu niepewności pomiarów, podobnie do obowiązku stosowania jednostek układu SI.



Kilka słów o pomiarach

Jednym z podstawowych terminów nowej normy jest termin „niepewność” (ang. *uncertainty*). W języku potocznym słowo „niepewność” oznacza wątpliwość, a stąd „niepewność pomiaru” oznacza wątpliwość, co do wartości wyniku pomiaru. Należy jednak podkreślić, że „niepewność” jest zawsze liczbą!

Podstawowe definicje to pomiar i niepewność pomiaru.

Pomiarem nazwano zbiór czynności prowadzących do ustalenia wartości wielkości mierzonej.

Niepewnością pomiaru (*uncertainty*) nazwano parametr, związany z wynikiem pomiaru, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.



Kilka słów o pomiarach

Obowiązująca norma wprowadza rozróżnienie między „niepewnością pomiarów” a „błędami” w potocznym tego słownictwie oraz przyjmuje jednolitą terminologię i metody określania niepewności pomiaru. Dotychczas słowo „błąd” miało dwa znaczenia, jako nazwa dla faktu, że wynik pomiaru jest różny od wartości „prawdziwej”, czyli oczekiwanej, która jest nieznana, oraz jako liczbowa miara tego błędu.

Pozostawiono i określono dwa znaczenia słowa „błąd”:

- ilościowe, jako różnica (również nieznana) między wartością zmierzoną i prawdziwą,**
- jakościowe, używane w terminach takich jak błąd systematyczny, przypadkowy i grubość.**



Kilka słów o pomiarach

Na potrzeby prezentacji, dla uzyskania większej spójności i prostoty, termin „błąd” będzie używany tylko dla określenia zjawiska prowadzącego do uzyskania wartości wielkości mierzonej różniącą się znacznie od innych wyników pomiarów tej wielkości. Takie wyniki pomiarów nazywane są „błędami grubymi” i nie są brane przy określaniu niepewności pomiarów.



PRZYCZYNY NIEPEWNOŚCI POMIARÓW

PRZYCZYNY NIEPEWNOŚCI POMIARÓW



Przyczyny niepewności pomiarów

Niepewność pomiaru ma wiele przyczyn. Do najważniejszych zaliczamy:

- ⇒ **niepełną definicję wielkości mierzonej (określenie danej wielkości fizycznej jest tymczasowe w tym sensie, że może ulec zmianie wraz z rozwojem nauki)**
- ⇒ **niedokładną realizację tej definicji wielkości fizycznej, np. temperaturę określamy jako część temperatury punktu potrójnego wody, ale nie istnieje idealnie czysta woda, pozbawiona jakichkolwiek domieszek; podobnie wzorzec czasu jest ściśle związany z prędkością światła, więc dokładność pomiaru prędkości światła wpłynie zapewne na wzorzec czasu)**



Przyczyny niepewności pomiarów

- ⇒ **niereprezentatywność serii wyników pomiarów (np. zbyt mała liczba pomiarów),**
- ⇒ **niedokładną znajomość czynników zewnętrznych (np. wpływu otoczenia na przebieg pomiarów) lub ich niedokładny pomiar,**
- ⇒ **błędy obserwatora podczas odczytów wskazań przyrządów analogowych,**
- ⇒ **skończoną zdolność rozdzielczą stosowanych w pomiarach przyrządów,**



Przyczyny niepewności pomiarów

- ⇒ **niedokładność stosowanych wzorców i materiałów odniesienia,**
- ⇒ **niedokładne wartości stałych lub parametrów pochodzących z innych źródeł,**
- ⇒ **przybliżenia i założenia upraszczające przyjęte w pomiarach lub procedurze pomiarowej,**
- ⇒ **zmiany kolejnych wyników pomiarów wielkości mierzonej w pozornie identycznych warunkach (np. temperaturze lub ciśnieniu).**



PRZYKŁADY OSZACOWANIA NIEPEWNOŚCI

PRZYKŁADY OSZACOWANIA NIEPEWNOŚCI

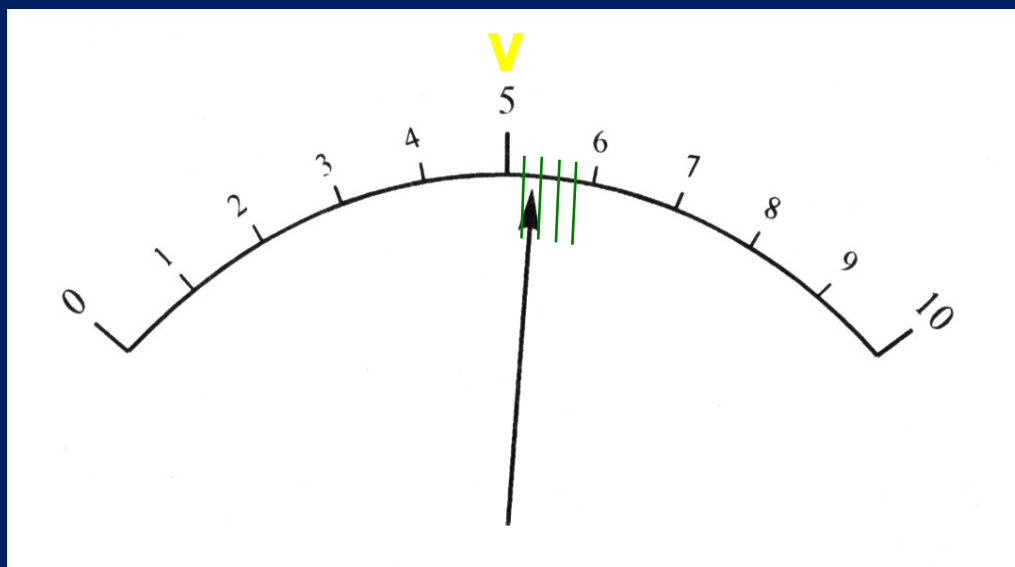


Oszacowanie niepewności pomiarów jednokrotnych



Pomiar jednokrotny

Aby zmierzyć napięcie na przedstawionej skali, musimy zdecydować, który punkt na skali wiarygodnego woltomierza pokazuje jego wskazówka.



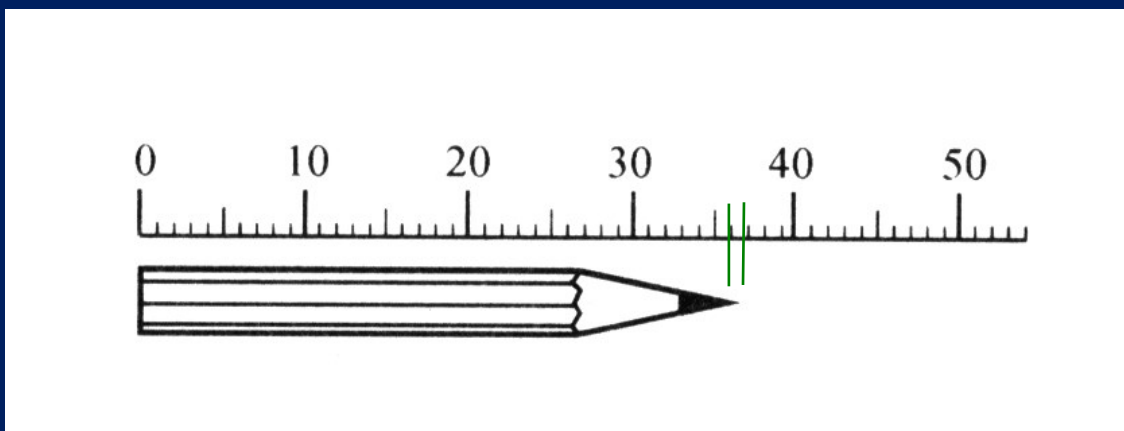
Rozsądne podsumowanie wyniku pomiaru napięcia:

- prawdopodobny zakres od 5.2 do 5.4V
- najlepsze oszacowanie napięcia = 5.3V



Pomiar jednokrotny

Aby zmierzyć długość na przedstawionej skali linijki, musimy zdecydować, jaki punkt na skali wiarygodnej linijki pokazuje koniec ołówka.



Rozsądne podsumowanie wyniku pomiaru długości:

- prawdopodobny zakres od 36.0 do 37.0mm
- najlepsze oszacowanie = 36.5mm



Oszacowanie niepewności pomiarów wielokrotnych



Pomiar wielokrotny

Wiele pomiarów obarczonych jest niepewnością, którą o wiele trudniej ocenić niż tę związaną z podziałką skali pomiarowej.

Kiedy, na przykład, używamy stopera do pomiaru czasu, głównym źródłem niepewności nie jest trudność w określeniu położenia wskazówki, ale raczej nieznaną czas naszej reakcji na początek i koniec pomiaru. Błędy takiego rodzaju mogą być czasem wiarygodnie ocenione, jeśli pomiar można powtarzać wiele razy, lub pomiaru dokonuje wiele osób.



Pomiar wielokrotny

Przypuśćmy na przykład, że dokonaliśmy pojedynczego pomiaru okresu długiego wahadła i otrzymaliśmy rezultat 2.3sek. Po jednym pomiarze nie potrafimy powiedzieć zbyt wiele o niepewności pomiaru. Jeśli jednak powtórzyliśmy pomiar i otrzymaliśmy wynik 2.4sek, możemy natychmiast stwierdzić, że błąd pomiarowy jest prawdopodobnie rzędu 0.1sek.

Jeśli sekwencja czterech takich pomiarów daje rezultaty:

2.3sek 2.4sek 2.5sek 2.4sek

możemy zacząć wykonywać pewne zupełnie sensowne oszacowania.



Pomiar wielokrotny

Po pierwsze, naturalne jest założenie, że najlepszym przybliżeniem okresu jest wartość średnia, 2.4sek. Po wtóre, całkiem bezpieczne wydaje się przyjęcie, że właściwy okres mieści się gdzieś pomiędzy wartością najmniejszą 2.3 oraz największą 2.5

W ten sposób możemy stwierdzić, że:

- prawdopodobny zakres od 2.3 do 2.5sek
- najlepsze oszacowanie = 2.4sek

Ileokroć możemy wielokrotnie powtórzyć ten sam pomiar, tylekroć rozrzut otrzymanych wyników daje cenną wskazówkę na temat jego niepewności pomiarowej.



Pomiar wielokrotny

Statystyczne metody obróbki takich wielokrotnych pomiarów, w odpowiednich warunkach, dają bardziej dokładne oszacowanie ich niepewności niż to, które określiliśmy posługując się jedynie zdrowym rozsądkiem.

Wielokrotne pomiary nie zawsze ujawniają niepewność wyniku pomiaru nawet wówczas, gdy możemy być pewni, że za każdym razem mierzymy tę samą wielkość.

Przypuśćmy na przykład, że zegar, który dał wynik (2.3sek), spieszył się stale 5%. Wówczas wszystkie czasy zmierzone za jego pomocą będą o 5% za długie i dowolna liczba powtórzeń tego pomiaru (tym samym stoperem) nie ujawni tego faktu.



SPOSÓB ZAPISU I RODZAJE NIEPEWNOŚCI

SPOSÓB ZAPISU I RODZAJE NIEPEWNOŚCI



Najlepsze przybliżenie i niepewność

Przykłady pokazują, że właściwym sposobem prezentacji wyników doświadczeń jest podawanie tzw. najlepszego przybliżenia wielkości mierzonej oraz zakresu, w którym owa wielkość leży. Np. wynik pomiaru czasu, o którym była mowa, wyglądał następująco: najlepsze przybliżenie czasu = 2.4s, prawdopodobny zakres od 2.3 do 2.5s.

W tym przypadku najlepsze przybliżenie, 2.4s, leży pośrodku szacowanego zakresu wartości prawdopodobnych od 2.3s do 2.5s.



Najlepsze przybliżenie i niepewność

Przykłady pokazują, że właściwym sposobem prezentacji wyników doświadczeń jest podawanie tzw. najlepszego przybliżenia wielkości mierzonej oraz zakresu, w którym owa wielkość leży. Np. wynik pomiaru czasu, o którym była mowa, wyglądał następująco: najlepsze przybliżenie czasu = 2.4s, prawdopodobny zakres od 2.3 do 2.5s.

Fakt ten wydaje się całkiem naturalny i odnosi się do prawie wszystkich pomiarów. Umożliwia on wyrażanie wyników pomiarowych w bardzo zwartej formie. Zwykle zapisywany jest następująco: mierzona wartość czasu = $2.4 \pm 0.1s$.

Są jednak powody dla których lepiej jest stosować dwa rodzaje niepewności: bezwzględną i względną.



Niepewność bezwzględna (NB)

W ogólności wynik jakiegokolwiek pomiaru wielkości x podawany jest w następujący sposób:

$$x = x_{np} \pm \Delta x$$

Stwierdzenie to oznacza, po pierwsze, że najlepszym przybliżeniem wartości mierzonej jest według eksperymentatora liczba x_{np} , i po wtóre, że z rozsądnym prawdopodobieństwem szukana wielkość znajduje się gdzieś pomiędzy $x_{np} - \Delta x$ i $x_{np} + \Delta x$. Liczba Δx zwana jest niepewnością wyniku pomiaru x . Wygodnie jest zawsze definiować Δx jako wielkość dodatnią, tak aby $x_{np} + \Delta x$ było zawsze największą prawdopodobną wartością wielkości mierzonej, a $x_{np} - \Delta x$ było jej wartością najmniejszą.



Niepewność względna (NW)

Niepewność Δx w wyniku pomiaru, wskazuje na wiarygodność lub dokładność pomiaru. Jednak niepewność ta sama w sobie nie mówi eksperymentatorowi wszystkiego !!!

Niepewność jednego centymetra, na przykład, na dystansie jednego kilometra sugeruje niezwykle precyzyjny pomiar, podczas gdy niepewność jednego centymetra na odległości trzech centymetrów wskazywałaby na bardzo grube przybliżenie !!!

Jest więc jasne, że o dokładności wyniku pomiaru pomiaru nie decyduje sama tylko niepewność Δx , ale także stosunek do jej najlepszego przybliżenia x_{np} .



Niepewność względna (NW)

Fakt ten prowadzi to do konieczności stosowania pojęcia niepewności względnej, zwane także dokładnością:

$$NW(x) = \frac{\Delta x}{|x_{np}|}$$

W większości poważnych eksperymentów niepewność Δx jest dużo mniejsza niż najlepsze przybliżenie zmierzonej wartości x_{np} . Ponieważ niepewność względna $NW(x)$ jest zwykle małą liczbą, więc często jest wygodnie pomnożyć ją przez 100 i wyrazić jako niepewność procentową.



Niepewność względna (NW)

Na przykład pomiar: długość $l = 50 \pm 1 \text{ cm}$ ma niepewność względną procentową

$$NW(l) = \frac{\Delta l}{l_{np}} = \frac{1}{50} = 0.02 = 2\%$$

Tak więc przykładowy wynik mógłby być przedstawiony w postaci: długość $l = 50 \text{ cm} \pm 2\%$

Zauważmy, że o ile niepewność bezwzględna ma takie same jednostki jak mierzona wielkość, to niepewność względna jest wielkością niemianowaną i nie ma żadnych jednostek.

Zapamiętanie tej różnicy pomoże uniknąć powszechnego mylenia niepewności względnej z niepewnością bezwzględną.



Niepewność względna (NW)

W przypadku wielu trudnych do zmierzenia wielkości, niepewność 10% byłaby traktowana jako duży eksperymentalny sukces. Tak więc duża niepewność procentowa nie znaczy, że pomiar jest bezwartościowy z naukowego punktu widzenia. W rzeczywistości wiele istotnych pomiarów w historii fizyki było obarczonych niepewnościami rzędu 10% lub większymi.



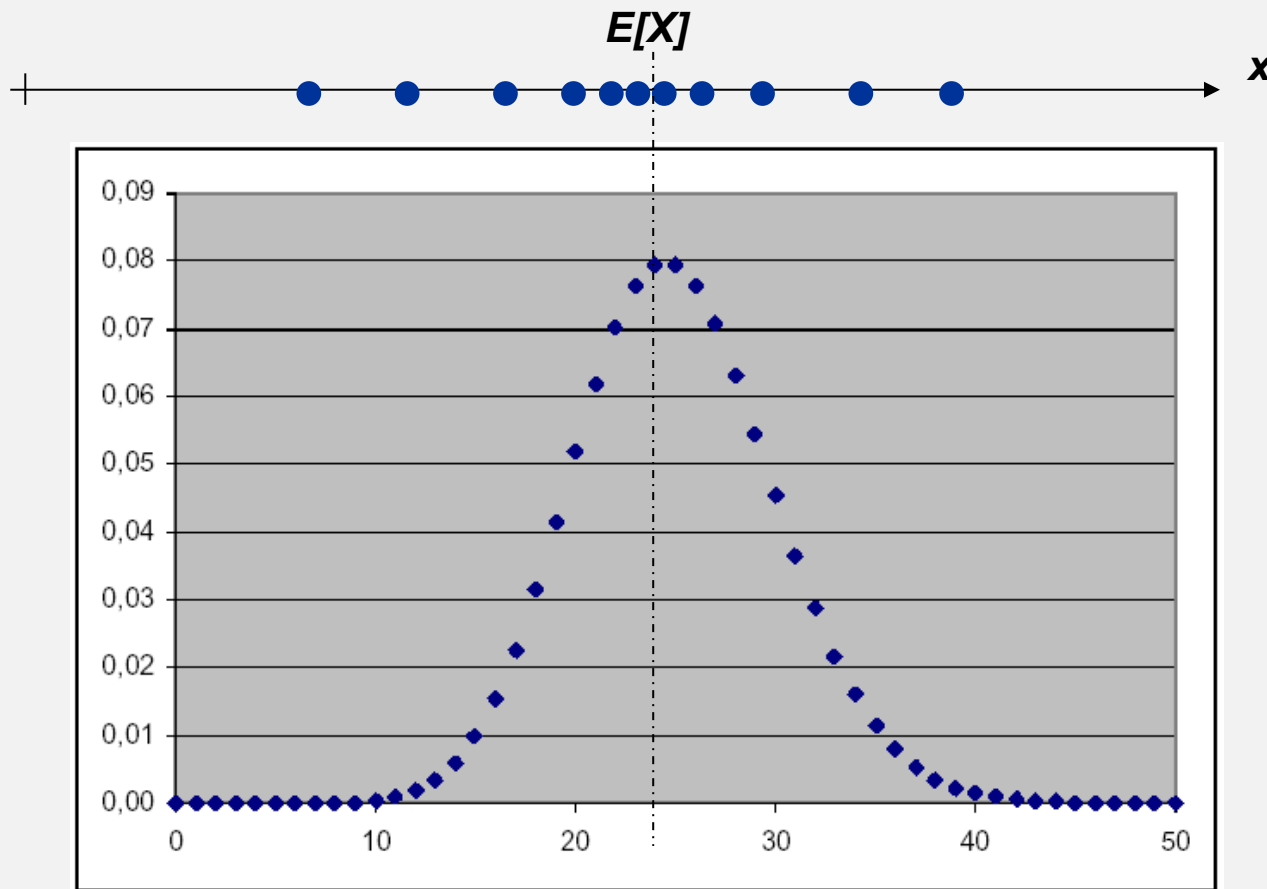
NIEPEWNOŚĆ WYNIKÓW POMIARÓW

POZIOM I PRZEDZIAŁ UFNOŚCI



Ilustracja niepewności wyniku pomiaru

Kolejne wyniki pomiaru skupiają się wokół wartości $E[X]$





Poziom i przedział ufności

W medycynie nuklearnej sama wielkość mierzona – aktywność rozpadu promieniotwórczego – jest procesem losowym. Gdyby nawet było możliwe powtarzanie pomiaru, to wyniki kolejnych pomiarów aktywności będą się różnić ze względu na fluktuacje liczby rozpadów promieniotwórczych w jednostce czasu wynikające z natury procesu przemian jądrowych. W efekcie potrafimy obliczyć jedynie najlepsze przybliżenie wartości aktywności A_{np} , a nie jej teoretyczną wartość oczekiwaną $E[A]$.

Swoisty paradoks użycia narzędzi statystyki polega na tym, że do opisu zdarzeń używamy teoretycznych parametrów zbioru danych (wartość oczekiwana, wariancja). W RZECZYWISTOŚCI NIGDY ICH NIE POZNAMY!!!



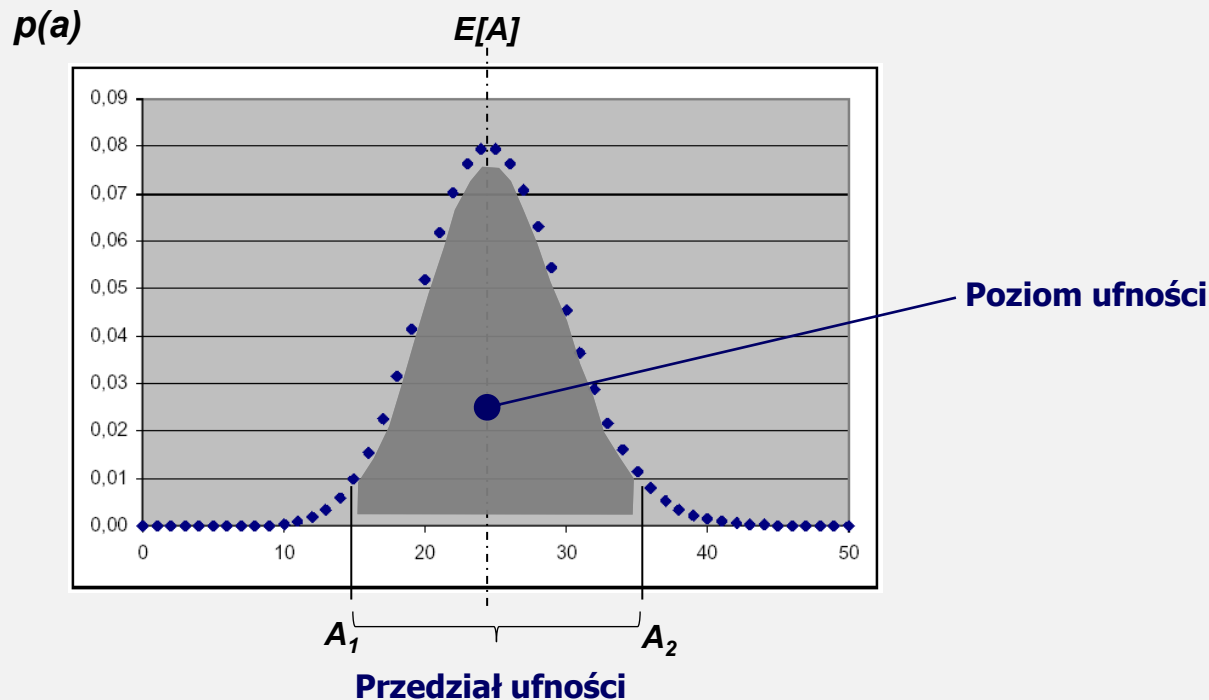
Konstrukcja przedziału ufności

Przedział ufności to rodzaj oszacowania obliczanego na podstawie rzeczywistych wyników pomiarów. Pozwala na określenie zakresu wartości, który uważa się za zawierający prawdziwą wartość oczekiwaną $E[A]$.

Przedział ufności budujemy, mając na uwadze tzw. poziom ufności – zazwyczaj 95% lub 99% – co oznacza, że jeśli te same pomiary będą wykonywane wielokrotnie to wartość oczekiwana $E[A]$ będzie znajdowała się w tych przedziałach odpowiednio w 95% lub 99% przypadków.



Poziom i przedział ufności

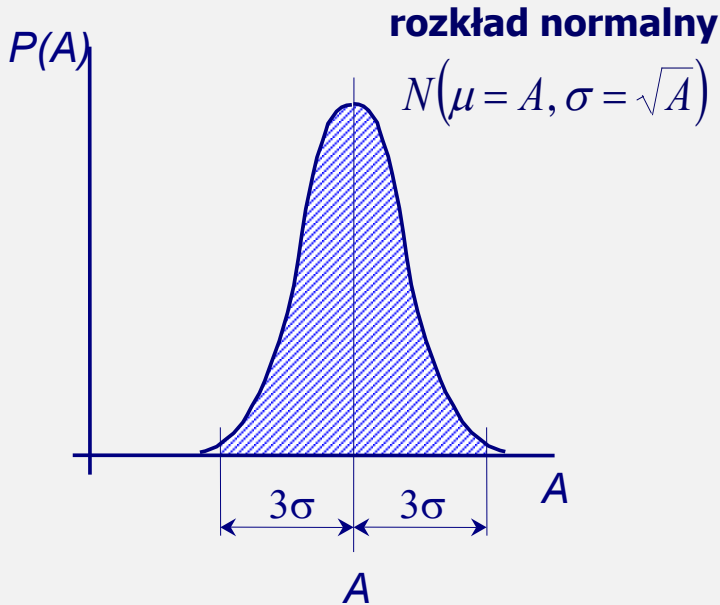


Poziom ufności jest prawdopodobieństwem, że wynik kolejnego pomiaru znajdzie się w przedziale ufności $[A_1, A_2]$:

$$\int_{A_1}^{A_2} p(a) \cdot da \quad , \text{ czyli powierzchnia pod krzywą.}$$



Przykład poziomu i przedziału ufności w pomiarach aktywności



Np. w PRZEDZIALE ufności:

$$6 \cdot \sigma = 6 \cdot \sqrt{A}$$

co odpowiada granicom

$$A_{\min} = A - 3 \cdot \sqrt{A}, \quad A_{\max} = A + 3 \cdot \sqrt{A}$$

POZIOM ufności jest równy:

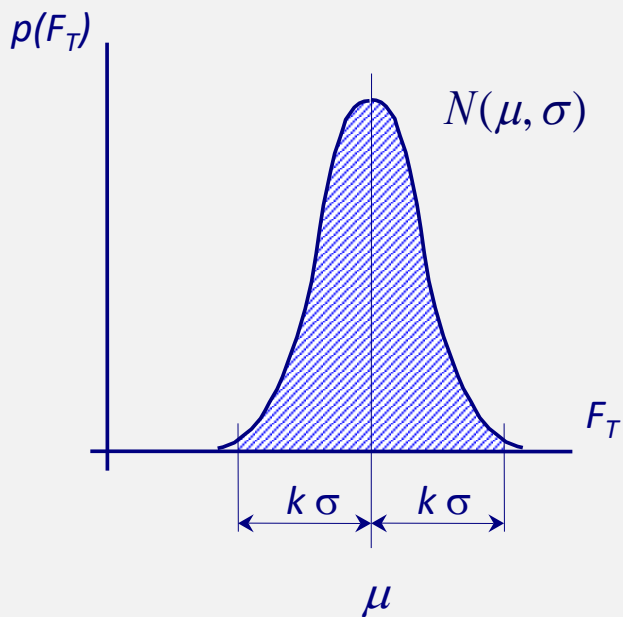
$$P(A_{\min} \leq k \leq A_{\max}) = 99.73\%$$

Niepewność względna w tym przedziale jest równa:

$$NW = \pm \frac{3 \cdot \sigma}{A} = \pm \frac{3 \cdot \sqrt{A}}{A}$$



Tabela poziomów i przedziałów ufności rozkładu normalnego

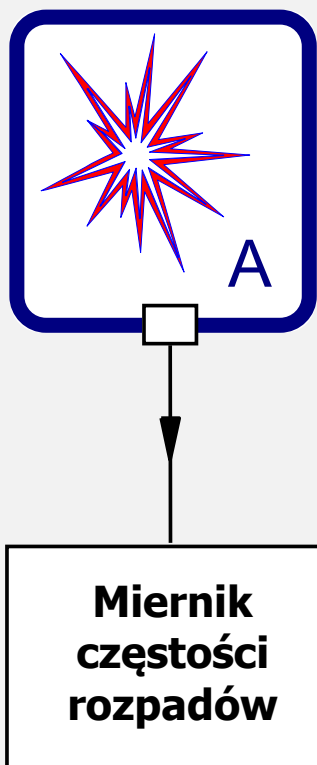


Przedział ufności	Poziom ufności
$\mu \pm k \cdot \sigma$	%
$\mu \pm 0.674 \cdot \sigma$	50.00
$\mu \pm 1.00 \cdot \sigma$	68.26
$\mu \pm 1.96 \cdot \sigma$	95.00
$\mu \pm 2.00 \cdot \sigma$	95.44
$\mu \pm 2.58 \cdot \sigma$	99.00
$\mu \pm 3.00 \cdot \sigma$	99.73
$\mu \pm 3.29 \cdot \sigma$	99.90



NIEPEWNOŚĆ WYNIKÓW POMIARÓW

Przykładowe wyniki pomiarów aktywności rozpadów



A	ΔA	A_{\min}	A_{\max}	$\Delta A / A$
1		0	5	
10		2	20	
30	16	14	46	55%
100	30	70	130	30%
300	52	248	352	17%
1000	95	905	1095	9,5%
3000	164	2836	3164	5,5%
10000	300	9700	10300	3,0%
30000	520	29480	30520	1,7%
100000	949	99051	100949	0,9%
300000	1643	298357	301643	0,5%
1000000	3000	997000	1003000	0,3%



POMIARY I ICH DOKŁADNOŚĆ

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

STATYSTYKA W ROZPADACH PROMIENIOTWÓRCZYCH

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



TREŚĆ

FIZYCZNE CECHY ROZPADU PROMIENIOTWÓRCZEGO

ROZKŁADY STATYSTYCZNE ISTOTNE DLA ROZPADÓW PROMIENIOTWÓRCZYCH

**Rozkład dwumianowy – Rozkład Poisson'a
– Rozkład normalny**



Fizyczne cechy rozpadu promieniotwórczego

- 1. Przemiana jądra izotopu ma charakter przypadkowy i nie podlega działaniu żadnych, znanych czynników zewnętrznych.**
- 2. Na akt rozpadu dowolnego jądra izotopu nie mają wpływu rozpady innych jąder.**
- 3. Produkty rozpadu mogą opuścić jądro izotopu w dowolnym, przypadkowym kierunku.**

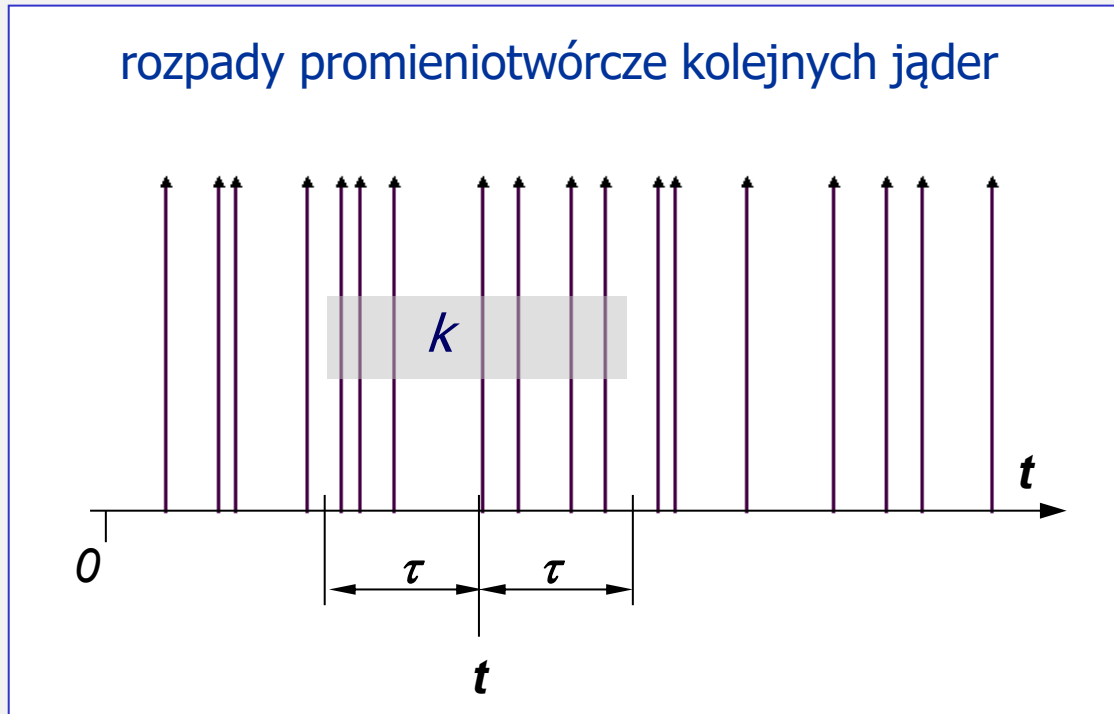


Fizyczne cechy rozpadu promieniotwórczego

Statystycznym pojęciem używanym do opisu losowej przemiany promieniotwórczej jednego z N jąder w chwili czasu t , jest gęstość prawdopodobieństwa jego rozpadu.

W praktyce można posługiwać się jedynie prawdopodobieństwem, że w przedziale czasu $t + \Delta t$ nastąpi $k = 1, 2, \dots$ rozpadów wśród N niestabilnych jąder, o ile średnia częstość rozpadów jest $\lambda \cdot N$. Zależy więc ono od rodzaju izotopu i liczby jego niestabilnych jąder.

Ilustracja losowości rozpadów



$$P_k \left[\underbrace{N(t=0) e^{-\lambda t}}_{\text{liczba pozostałych niestabilnych jąder}}, \underbrace{t - \tau \leq t < t + \tau}_{\text{przedział czasu}} \right] = ?$$

liczba pozostałych
niestabilnych jąder

przedział czasu



**ROZKŁADY STATYSTYCZNE ISTOTNE
DLA ROZPADÓW
PROMIENIOTWÓRCZYCH**



ROZKŁAD DWUMIANOWY BERNOULIEGO

Rozkład dwumianowy (*Bernouliego*)



Rozkład dwumianowy (*Bernoulliego*)

Prawdopodobieństwo sukcesu w jednej próbie wynosi p , a porażki $q=1-p$. Liczba sukcesów k w serii n prób jest liczbą losową o tzw. rozkładzie dwumianowym.

$$P(k; n, p) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k (1-p)^{n-k}$$

$(k = 0, 1, 2, \dots, n).$

Rozkład: $P(k, n, p)$

Wartość oczekiwana:

$$\mu = n p$$

Wariancja: $\sigma^2 = n p (1-p)$

Teoria
prawdopodobieństwa

$P(k, N, \lambda)$

$$\mu = N \lambda$$

$\sigma^2 = N \lambda (1-\lambda)$

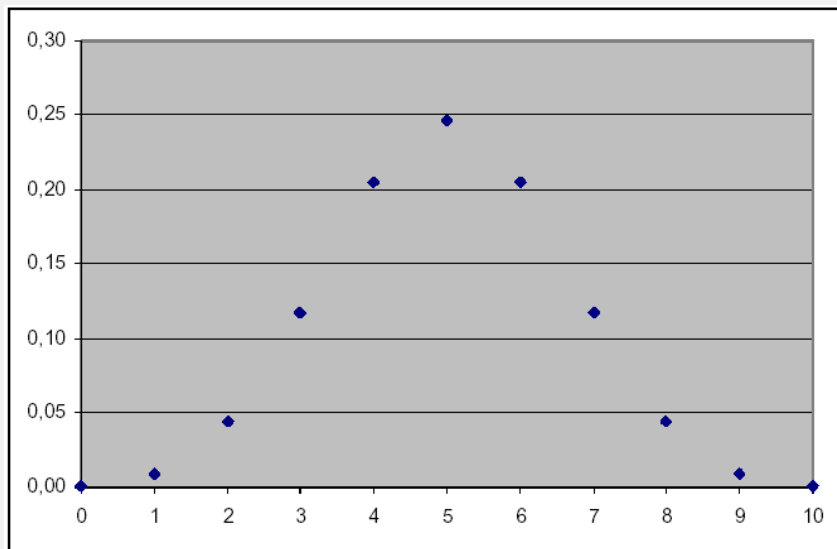
Rozpad
promieniotwórczy

Można stosować dla dowolnych wartości p , n i k , lecz jest niewygodny dla obliczeń numerycznych.



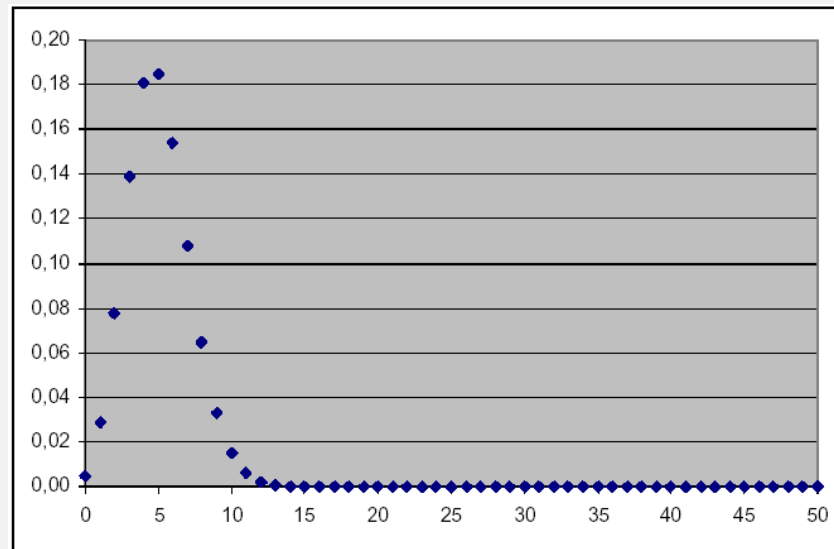
Przykłady rozkładu dwumianowego

$$P(k, n, p) = P(k, 10, 0.5)$$



k

$$P(k, n, p) = P(k, 50, 0.1)$$



k



ROZKŁAD POISSON'A

Rozkład Poisson'a



Rozkład Poisson'a

Rozkład Poisson'a jest granicznym przypadkiem rozkładu dwumianowego przy spełnieniu warunków:

$$n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0, \mu = np = \text{const.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty, p \rightarrow 0} P(k; n, p) = P(k; \mu) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n).$$

Rozkład: $P(k; \mu)$

$$P(k; N\lambda) = P(k; A)$$

Wartość oczekiwana:

$$\mu = np$$

$$\mu = N\lambda = A$$

Wariancja: $\sigma^2 = np = \mu$

$$\sigma^2 = N\lambda = A$$

**Teoria
prawdopodobieństwa**

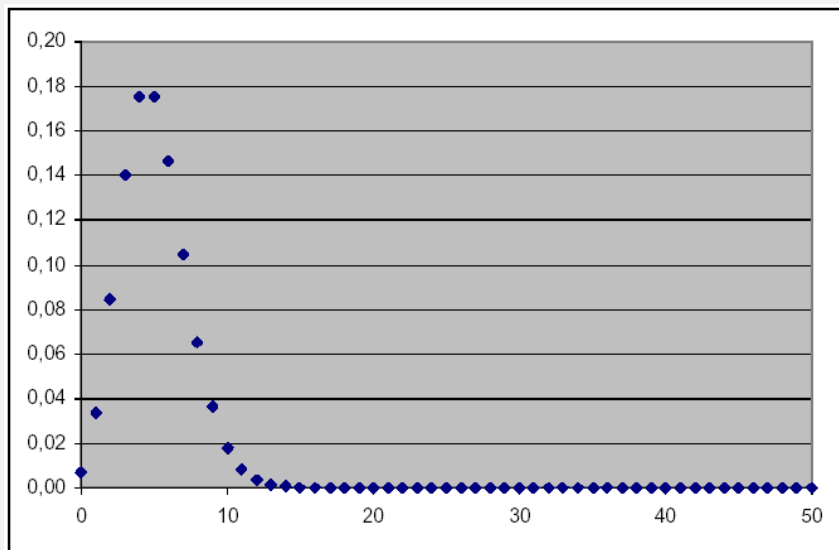
**Rozpad
promieniotwórczy**

W praktyce, już dla n rzędu kilkudziesięciu oraz $k \ll n$, można użyć rozkład Poisson'a w miejsce rozkładu dwumianowego.



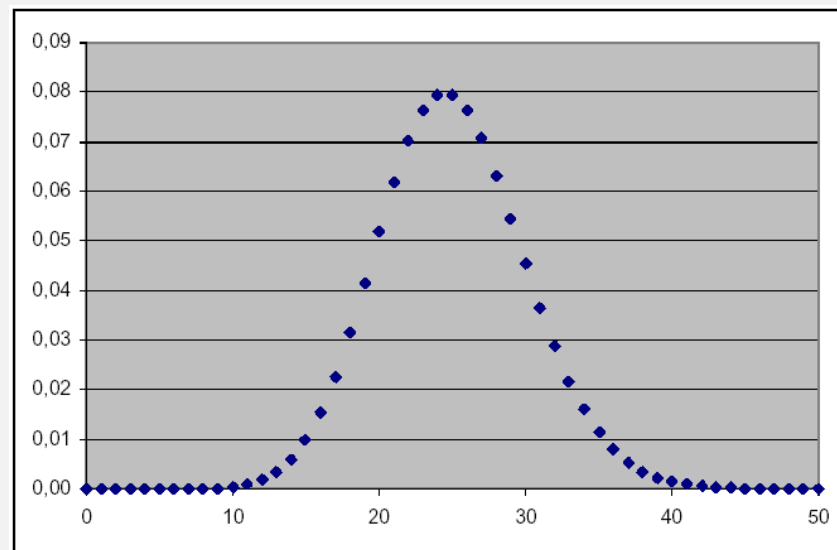
Przykłady rozkładu Poisson'a

$$P(k; \mu) = P(k; 5)$$



k

$$P(k; \mu) = P(k; 25)$$



k



Rozkład Poisson'a

$$n \cdot p = N \cdot \lambda = A$$

← **oczekiwana liczba rozpadów w jednostce czasu**

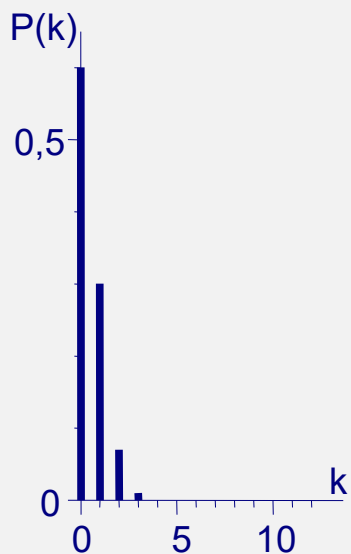
$$P(k; A) = \frac{A^k}{k!} e^{-A} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n).$$

Prawdopodobieństwo k rozpadów niestabilnych jąder izotopu w jednostce czasu zależy od stałej rozpadu λ i liczby niestabilnych jąder izotopu N , a więc od aktywności rozpadu A .

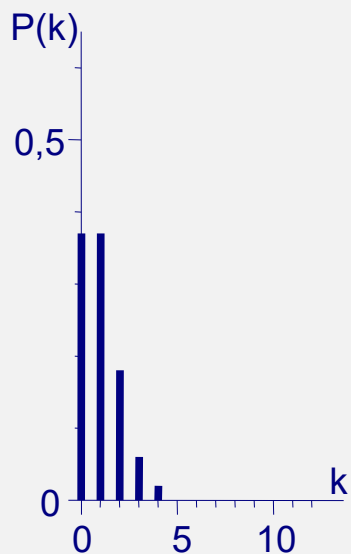


ROZKŁAD POISSON'A

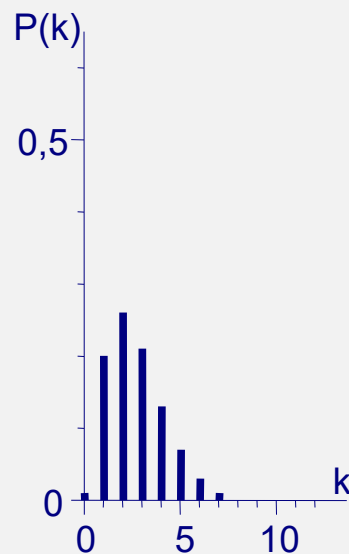
Rozkład Poisson'a dla różnych oczekiwanych częstości rozpadów



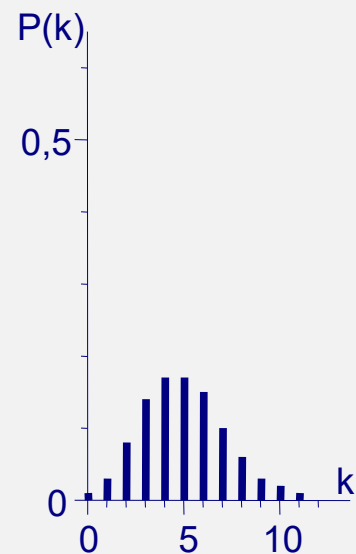
A = 0,5



A = 1



A = 2,5



A = 5



Rozkład Poisson'a w MN

Rozkład Poisson'a można stosować przy dużej liczbie niezależnych prób (duże n), gdy łączna liczba zjść pewnego, rzadkiego (małe p) zdarzenia, jest mała (małe k).

Medycyna nuklearna posługuje się bilionami jąder izotopu (b. duże n), z których w każdej sekundzie ulegają rozpadowi najwyżej tysiące czy miliony jąder (małe k). Stałe rozpadu stosowanych izotopów są rzędu $10^{-3} \div 10^{-6}$ (małe p). Zatem warunki przybliżenia są spełnione.



Rozkład Poisson'a w MN

Rozkład Poisson'a jest podstawowym rozkładem stosowanym – szczególnie w diagnostyce – do :

- analizy błędów pomiarowych,**
- projektowania parametrów badania,**
- oceny jakości badania i aparatury.**



ROZKŁAD NORMALNY GAUSS'A

Rozkład normalny (*Gauss'a*)



Rozkład normalny (Gauss'a)

Dla dużych wartości oczekiwanych (praktycznie $\mu > 20$), rozkład Poisson'a zastępuje się rozkładem normalnym:

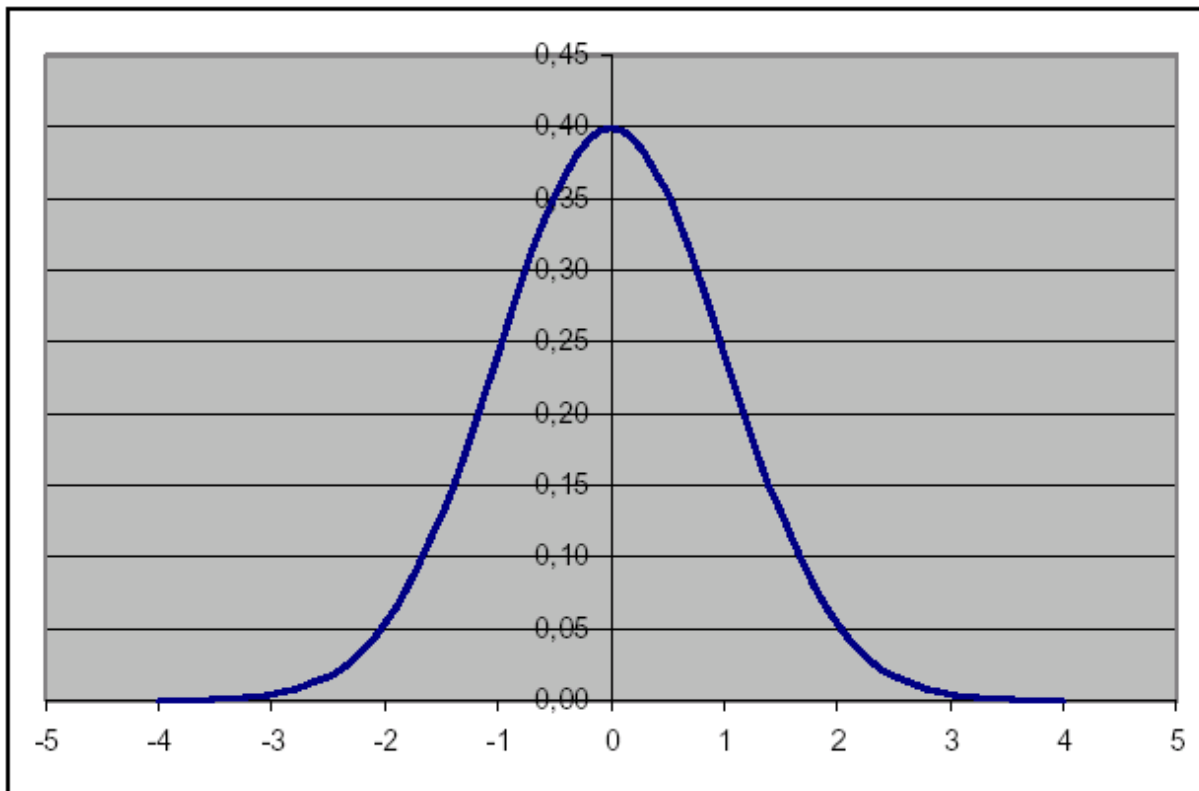
$$P(k, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(k-\mu)^2}{2\sigma^2}} \leftarrow \text{Centralne Twierdzenie Graniczne}$$

w którym $\mu = A$ i $\sigma^2 = A$

$$P(k; A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi A}} e^{-\frac{(k-A)^2}{2A}} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n).$$



Przykład rozkładu normalnego





ROZKŁAD POISSON'A

Rozkład Poissona szczególnym przypadkiem rozkładu normalnego

Rozkład Poisson'a jest podstawowym rozkładem stosowanym w medycynie nuklearnej do opisu rozpadów promieniotwórczych. Możliwość posłużenia się w jego miejsce rozkładem normalnym bardzo upraszcza i skraca obliczenia, gdyż zamiast każdorazowego obliczania wartości rozkładu Poisson'a można posłużyć się tabelaryzowanymi wartościami rozkładu normalnego.



Rozkład Poissona szczególnym przypadkiem rozkładu normalnego

Należy zwrócić szczególną uwagę, że z zasady rozkład normalny jest dwuparametrowy i wymaga podania wartości oczekiwanej i wariancji. W medycynie nuklearnej przyjmuje on szczególną, jednoparametrową formę – **WARTOŚĆ OCZEKIWANA $E[X]$ I WARIANCJA $V[X]$ SĄ SOBIE RÓWNE!!!**

$$E[X] = V[X] = \sigma_x^2$$

OPIS LOSOWOŚCI ROZPADÓW PROMIENIOTWÓRCZYCH



Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



TREŚĆ

CZYM JEST STATYSTYKA?

MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

Zmienna losowa – Rozkład zmiennej losowej

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH

Wartość oczekiwana – Wariancja

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH

**Zmienna niezależna i zależna – Przekształcenia
zmiennych losowych**



Wstęp

Medycyna nuklearna wykorzystuje rozpad promieniotwórczy, który jest zjawiskiem losowym. STATYSTYKA jest jedyną metodą liczbowej oceny:

- **procesów tworzenia danych, czyli rejestracji,**
- **wartości liczbowych parametrów technicznych rejestracji,**
- **oceny parametrów liczbowych badanych procesów fizjologicznych,**
- **procesów i sposobów kontroli technicznej używanych urządzeń.**



MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

CZYM JEST STATYSTYKA?



Czym jest statystyka?

W znaczeniu ogólnym statystyka jest dyscypliną nauk ilościowych, zajmującą się zarówno metodami liczbowego opisu (ujęcie deterministyczne), jak i metodami liczbowego wnioskowania w warunkach niepewności (ujęcie stochastyczne). Stosowana jest do opisu zjawisk masowych.

Metody te są traktowane integralnie. Stąd też celem ich stosowania jest nie tylko przeprowadzania rzetelnych i kompleksowych diagnoz: jak jest i dlaczego tak jest?, ale także możliwości wysoce prawdopodobnej predykcji statystycznej – jak na podstawie prób losowych odtwarzać liczbowo nieznaną rzeczywistość? Analiza statystyczna jest zatem jednocześnie diagnostyką i predykcją !!!



Czym jest statystyka?

Współcześnie teoretyczną i techniczną bazą statystyki jest teoria rachunku prawdopodobieństwa skierowana na procedury przetwarzania masowych danych liczbowych. Wyjaśnia mechanizmy i statystyczne prawidłowości występujących w badanych zjawiskach i procesach.

Mówiąc o statystyce należy pamiętać o bardzo ważnym fakcie:

**W STATYSTYCE DANymi sĄ WYŁĄCZNIe LICZBY.
STATYSTYKA ODRZUCA ZNACZENIE ZJAWISK
I PROCESÓW. JEST NARZĘDZIEM, KTÓRE BADA
WYŁĄCZNIe WŁAŚCIWOŚCI GRUPY LICZB !!!**



TEMAT GŁÓWNY

MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE



Zmienna losowa

Losowość – brak celu, przyczyny, porządku lub przewidywalnego zachowania. Losowy proces to proces, którego wyniki nie dają się dokładnie przewidzieć, a jedynie można opisać rozkład prawdopodobieństwa różnych wyników.

Oznacza to, że powtarzanie tego samego doświadczenia w całkowicie identycznych warunkach może dać za każdym razem inny wynik. Przykładowo, badając pojedynczy niestabilny atom, nie jesteśmy w stanie przewidzieć, w którym momencie dojdzie do jego rozpadu, a jedynie możemy określić prawdopodobieństwo tego rozpadu w jakimś czasie.



Rozkład zmiennej losowej

W statystyce używa się dwóch elementarnych pojęć: zmienna losowa i rozkład zmiennej losowej.

Zmienna losowa jest funkcją przypisującą każdemu zdarzeniu elementarnemu wartość liczbową. Wartości te są uzyskiwane w wyniku doświadczenia losowego, którym może być samo wystąpieniem zdarzenia lub wartością wyniku pomiaru.

Rozkład zmiennej losowej należy rozumieć jako rozkład prawdopodobieństwa, czyli miary wyznaczonej przez zmienną losową, w zbiorze jej możliwych wartości.

W literaturze przedmiotu przyjęto oznaczać zmienną losową dużą literą, np. X . Wartości, które przyjmuje oznacza się odpowiednimi, małymi literami, czyli $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$.

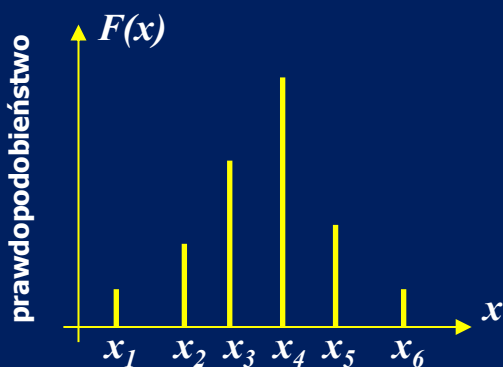


Rozkład zmiennej losowej

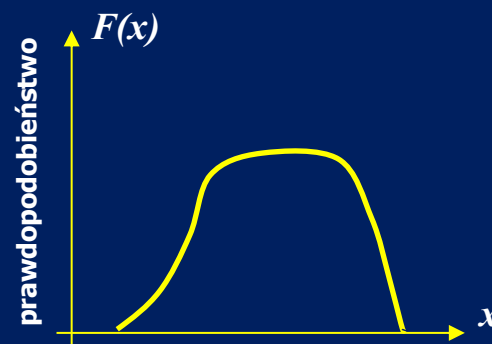
Zmienna losowa może być skokowa (dyskretna) lub ciągła.

Zmienna losowa skokowa (dyskretna) przyjmuje wartości ze skończonego bądź przeliczalnego zbioru wartości x_1, x_2, \dots, x_n .

Zmienna losowa ciągła jest nieujemną funkcją $F(x)$ zwaną gęstością prawdopodobieństwa.



Zmienna losowa skokowa



Zmienna losowa ciągła



LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI



Liczbowe miary zmienności

Miary zmienności dostarczają informacji jak bardzo zróżnicowana jest populacja pod względem badanej cechy X .

Dokładniejszego omówienia wymagają opisy takich miar zmienności jak:

- **wartość oczekiwana oznaczana symbolem $E[X]$,**
- **wariancja oznaczana symbolem $V[X]$,**
- **działania na zmiennych losowych.**

oraz inne związane z nimi miary pochodne.



LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI

Wartość oczekiwana



Wartość oczekiwana $E[X]$

Wartość oczekiwana – w uproszczeniu najważniejsza charakterystyka liczbowa zmiennej losowej. Używane są także tożsame pojęcia: wartość średnia, wartość przeciętna.

Dla skokowej zmiennej losowej X , przyjmującej wartości x_1, x_2, \dots, x_k z prawdopodobieństwami, odpowiednio, p_1, p_2, \dots, p_k jest to:

$$E[X] = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_k \cdot p_k$$

Dla ciągłej zmiennej losowej X przyjmującej nieskończenie wiele różnych wartości, mającej rozkład prawdopodobieństwa o gęstości $p(x)$, wartością oczekiwaną jest liczba:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx$$



LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI

Wariancja



Wariancja $V[X]$

Wariancją zmiennej losowej – zarówno skokowej jak i ciągłej – nazywa się nazywa się liczbę:

$$V[X] = E[X - E[X]]^2$$

gdzie $E[X]$ jest oczekiwaną wartością zmiennej losowej X .

W praktyce rzadko używa się miary jaką jest wariancja. W jej miejsce stosuje się – odwołujące się do wariancji pojęcia – odchylenie standardowe lub odchylenie średnie $\sigma[X]$ równe:

$$\sigma[X] = \sqrt{E[X - E[X]]^2} = \sqrt{V[X]} \rightarrow V[X] = \sigma[X]^2$$

Odchylenie standardowe to najczęściej stosowana miara rozrzutu wartości zmiennej losowej X wokół jej wartości średniej $E[X]$. Im większe jest odchylenie standardowe, tym większy jest rozrzut.



DZIAŁANIA NA ZMIENNYCH LOSOWYCH

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH



Łączenie zmiennych losowych

Łączenie zmiennych losowych umożliwia tworzenie nowych rozkładów. Jeśli znamy wartości oczekiwane i odchylenia standardowe (wariancje) początkowych rozkładów, możemy użyć tych informacji do znalezienia wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego rozkładu wynikowego.

Możemy połączyć wartości oczekiwane bezpośrednio, ale nie możemy tego samego zrobić z odchyleniami standardowymi. Możemy jednak połączyć wariancje tak długo jak prawdziwe jest założenie, że zmienne te są niezależne od siebie.



Zmienna niezależna i zależna

Zmienną niezależną definiuje się jako zmienną, która jest zmieniana lub kontrolowana w eksperymencie naukowym. Reprezentuje przyczynę zdarzenia lub przyczynę wyniku pomiaru lub obliczeń.

Zmienne niezależne to zmienne, które eksperymentator zmienia, aby przetestować swoją zmienną zależną. Zmiana zmiennej niezależnej bezpośrednio powoduje zmianę zmiennej zależnej. Mierzony i rejestrowany jest wpływ na wartość zmiennej zależnej.

Podczas tworzenia wykresów danych dla eksperymentu zmienna niezależna jest wykreślana na osi x , a zmienna zależna na osi y .



Przekształcenia zmiennych losowych

W medycynie nuklearnej używa się takich przekształceń zmiennych losowych jak:

- ♦ **dodawania stałej do zmiennej,**
- ♦ **mnożenia zmiennej przez stałą,**
- ♦ **sumy (różnicy) dwóch zmiennych.**



Przekształcenia zmiennych losowych

Dodawanie stałej do zmiennej

Jeżeli do zmiennej X dodamy stałą a , to wartość oczekiwana nowej zmiennej Y odpowiednio się przesunie, a wariancja pozostanie bez zmian:

$$Y = X + a$$



$$\begin{aligned} E[Y] &= E[X] + a \\ V[Y] &= V[X] \end{aligned}$$

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = \sigma_X^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = \sigma_X$$



Przekształcenia zmiennych losowych

Mnożenie zmiennej przez stałą

Jeżeli zmienną X przemnożymy przez stałą k , to wartość oczekiwana nowej zmiennej Y będzie k razy większa, wariancja będzie k^2 razy większa (odchylenie standardowe będzie k razy większe).

$$Y = k \cdot X$$



$$E[Y] = k \cdot E[X]$$

$$V[Y] = k^2 \cdot V[X]$$

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = k^2 \cdot \sigma_X^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = k \cdot \sigma_X$$



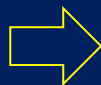
Przekształcenia zmiennych losowych

Suma lub różnica dwóch zmiennych

Jeżeli mamy dwie zmienne losowe X i Y , to wartość oczekiwana zmiennej T będącej ich sumą lub różnicą będzie równa sumie lub różnicy ich wartości oczekiwanych.

$$T = X + Y$$

$$T = X - Y$$



$$E[T] = E[X] + E[Y]$$

$$E[T] = E[X] - E[Y]$$

nawet gdy X i Y są zależne.



Przekształcenia zmiennych losowych

Wariancja zmiennej T będącej sumą X i Y jest równa sumie ich wariancji. Wariancja różnicy zmiennych X i Y jest także równa SUMIE (NIE: RÓŻNICY!) ich wariancji.

$$T = X + Y$$

$$T = X - Y$$



$$V[T] = V[X] + V[Y]$$

$$V[T] = V[X] + V[Y]$$

tylko gdy X i Y są niezależne.

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$$



Przekształcenia zmiennych losowych

Sumowanie wariancji zmiennych losowych zarówno podczas ich dodawania jak i odejmowania jest swoistą „pułapką” podczas wykonywania obliczeń wartości parametrów opisujących procesy fizjologiczne.

Diagnosta powinien pamiętać, że bardzo często intuicyjne stosowanie w medycynie nuklearnej tzw. „odejmowania tła”, zawsze powoduje zwiększenie odchylenia standardowego wyniku tej operacji. Praktycznie powoduje zwiększenie niepewności wyniku obliczeń !!!



MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



TREŚĆ

CZYM JEST STATYSTYKA?

MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

Zmienna losowa – Rozkład zmiennej losowej

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH

Wartość oczekiwana – Wariancja

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH

**Zmienna niezależna i zależna – Przekształcenia
zmiennych losowych**



Wstęp

Medycyna nuklearna wykorzystuje rozpad promieniotwórczy, który jest zjawiskiem losowym. STATYSTYKA jest jedyną metodą liczbowej oceny:

- **procesów tworzenia danych, czyli rejestracji,**
- **wartości liczbowych parametrów technicznych rejestracji,**
- **oceny parametrów liczbowych badanych procesów fizjologicznych,**
- **procesów i sposobów kontroli technicznej używanych urządzeń.**



MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

CZYM JEST STATYSTYKA?



Czym jest statystyka?

W znaczeniu ogólnym statystyka jest dyscypliną nauk ilościowych, zajmującą się zarówno metodami liczbowego opisu (ujęcie deterministyczne), jak i metodami liczbowego wnioskowania w warunkach niepewności (ujęcie stochastyczne). Stosowana jest do opisu zjawisk masowych.

Metody te są traktowane integralnie. Stąd też celem ich stosowania jest nie tylko przeprowadzania rzetelnych i kompleksowych diagnoz: jak jest i dlaczego tak jest?, ale także możliwości wysoce prawdopodobnej predykcji statystycznej – jak na podstawie prób losowych odtwarzać liczbowo nieznaną rzeczywistość? Analiza statystyczna jest zatem jednocześnie diagnostyką i predykcją !!!



Czym jest statystyka?

Współcześnie teoretyczną i techniczną bazą statystyki jest teoria rachunku prawdopodobieństwa skierowana na procedury przetwarzania masowych danych liczbowych. Wyjaśnia mechanizmy i statystyczne prawidłowości występujących w badanych zjawiskach i procesach.

Mówiąc o statystyce należy pamiętać o bardzo ważnym fakcie:

**W STATYSTYCE DANymi sĄ WYŁĄCZNIE LICZBY.
STATYSTYKA ODRZUCA ZNACZENIE ZJAWISK
I PROCESÓW. JEST NARZĘDZIEM, KTÓRE BADA
WYŁĄCZNIE WŁAŚCIWOŚCI GRUPY LICZB !!!**



TEMAT GŁÓWNY

**MINIMUM WIEDZY
O STATYSTYCE**



Zmienna losowa

Losowość – brak celu, przyczyny, porządku lub przewidywalnego zachowania. Losowy proces to proces, którego wyniki nie dają się dokładnie przewidzieć, a jedynie można opisać rozkład prawdopodobieństwa różnych wyników.

Oznacza to, że powtarzanie tego samego doświadczenia w całkowicie identycznych warunkach może dać za każdym razem inny wynik. Przykładowo, badając pojedynczy niestabilny atom, nie jesteśmy w stanie przewidzieć, w którym momencie dojdzie do jego rozpadu, a jedynie możemy określić prawdopodobieństwo tego rozpadu w jakimś czasie.



Rozkład zmiennej losowej

W statystyce używa się dwóch elementarnych pojęć: zmienna losowa i rozkład zmiennej losowej.

Zmienna losowa jest funkcją przypisującą każdemu zdarzeniu elementarnemu wartość liczbową. Wartości te są uzyskiwane w wyniku doświadczenia losowego, którym może być samo wystąpieniem zdarzenia lub wartością wyniku pomiaru.

Rozkład zmiennej losowej należy rozumieć jako rozkład prawdopodobieństwa, czyli miary wyznaczonej przez zmienną losową, w zbiorze jej możliwych wartości.

W literaturze przedmiotu przyjęto oznaczać zmienną losową dużą literą, np. X . Wartości, które przyjmuje oznacza się odpowiednimi, małymi literami, czyli $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$.

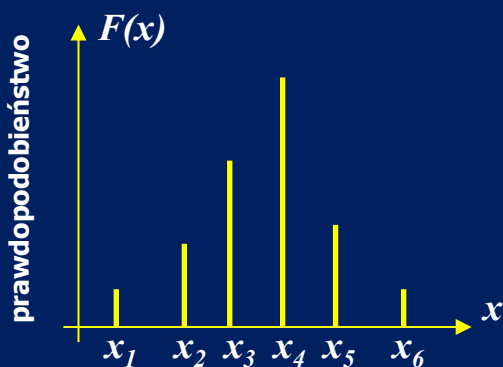


Rozkład zmiennej losowej

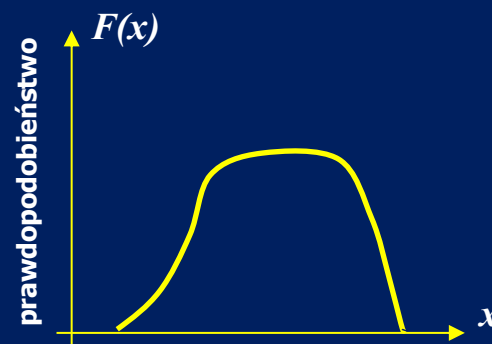
Zmienna losowa może być skokowa (dyskretna) lub ciągła.

Zmienna losowa skokowa (dyskretna) przyjmuje wartości ze skończonego bądź przeliczalnego zbioru wartości x_1, x_2, \dots, x_n .

Zmienna losowa ciągła jest nieujemną funkcją $F(x)$ zwaną gęstością prawdopodobieństwa.



Zmienna losowa skokowa



Zmienna losowa ciągła



MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI



Liczbowe miary zmienności

Miary zmienności dostarczają informacji jak bardzo zróżnicowana jest populacja pod względem badanej cechy X .

Dokładniejszego omówienia wymagają opisy takich miar zmienności jak:

- wartość oczekiwana oznaczana symbolem $E[X]$,
- wariancja oznaczana symbolem $V[X]$,
- działania na zmiennych losowych.

oraz inne związane z nimi miary pochodne.



LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI

Wartość oczekiwana



Wartość oczekiwana $E[X]$

Wartość oczekiwana – w uproszczeniu najważniejsza charakterystyka liczbowa zmiennej losowej. Używane są także tożsame pojęcia: wartość średnia, wartość przeciętna.

Dla skokowej zmiennej losowej X , przyjmującej wartości x_1, x_2, \dots, x_k z prawdopodobieństwami, odpowiednio, p_1, p_2, \dots, p_k jest to:

$$E[X] = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_k \cdot p_k$$

Dla ciągłej zmiennej losowej X przyjmującej nieskończenie wiele różnych wartości, mającej rozkład prawdopodobieństwa o gęstości $p(x)$, wartością oczekiwaną jest liczba:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx$$



LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI

Wariancja



Wariancja $V[X]$

Wariancją zmiennej losowej – zarówno skokowej jak i ciągłej – nazywa się nazywa się liczbę:

$$V[X] = E[X - E[X]]^2$$

gdzie $E[X]$ jest oczekiwaną wartością zmiennej losowej X .

W praktyce rzadko używa się miary jaką jest wariancja. W jej miejsce stosuje się – odwołujące się do wariancji pojęcia – odchylenie standardowe lub odchylenie średnie $\sigma[X]$ równe:

$$\sigma[X] = \sqrt{E[X - E[X]]^2} = \sqrt{V[X]} \rightarrow V[X] = \sigma[X]^2$$

Odchylenie standardowe to najczęściej stosowana miara rozrzutu wartości zmiennej losowej X wokół jej wartości średniej $E[X]$. Im większe jest odchylenie standardowe, tym większy jest rozrzut.



DZIAŁANIA NA ZMIENNYCH LOSOWYCH

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH



Łączenie zmiennych losowych

Łączenie zmiennych losowych umożliwia tworzenie nowych rozkładów. Jeśli znamy wartości oczekiwane i odchylenia standardowe (wariancje) początkowych rozkładów, możemy użyć tych informacji do znalezienia wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego rozkładu wynikowego.

Możemy połączyć wartości oczekiwane bezpośrednio, ale nie możemy tego samego zrobić z odchyleniami standardowymi. Możemy jednak połączyć wariancje tak długo jak prawdziwe jest założenie, że zmienne te są niezależne od siebie.



Zmienna niezależna i zależna

Zmienną niezależną definiuje się jako zmienną, która jest zmieniana lub kontrolowana w eksperymencie naukowym. Reprezentuje przyczynę zdarzenia lub przyczynę wyniku pomiaru lub obliczeń.

Zmienne niezależne to zmienne, które eksperymentator zmienia, aby przetestować swoją zmienną zależną. Zmiana zmiennej niezależnej bezpośrednio powoduje zmianę zmiennej zależnej. Mierzony i rejestrowany jest wpływ na wartość zmiennej zależnej.

Podczas tworzenia wykresów danych dla eksperymentu zmienna niezależna jest wykreślana na osi x , a zmienna zależna na osi y .



Przekształcenia zmiennych losowych

W medycynie nuklearnej używa się takich przekształceń zmiennych losowych jak:

- ♦ **dodawania stałej do zmiennej,**
- ♦ **mnożenia zmiennej przez stałą,**
- ♦ **sumy (różnicy) dwóch zmiennych.**



Przekształcenia zmiennych losowych

Dodawanie stałej do zmiennej

Jeżeli do zmiennej X dodamy stałą a , to wartość oczekiwana nowej zmiennej Y odpowiednio się przesunie, a wariancja pozostanie bez zmian:

$$Y = X + a$$



$$\begin{aligned} E[Y] &= E[X] + a \\ V[Y] &= V[X] \end{aligned}$$

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = \sigma_X^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = \sigma_X$$



Przekształcenia zmiennych losowych

Mnożenie zmiennej przez stałą

Jeżeli zmienną X przemnożymy przez stałą k , to wartość oczekiwana nowej zmiennej Y będzie k razy większa, wariancja będzie k^2 razy większa (odchylenie standardowe będzie k razy większe).

$$Y = k \cdot X$$



$$E[Y] = k \cdot E[X]$$

$$V[Y] = k^2 \cdot V[X]$$

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = k^2 \cdot \sigma_X^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = k \cdot \sigma_X$$



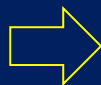
Przekształcenia zmiennych losowych

Suma lub różnica dwóch zmiennych

Jeżeli mamy dwie zmienne losowe X i Y , to wartość oczekiwana zmiennej T będącej ich sumą lub różnicą będzie równa sumie lub różnicy ich wartości oczekiwanych.

$$T = X + Y$$

$$T = X - Y$$



$$E[T] = E[X] + E[Y]$$

$$E[T] = E[X] - E[Y]$$

nawet gdy X i Y są zależne.

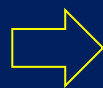


Przekształcenia zmiennych losowych

Wariancja zmiennej T będącej sumą X i Y jest równa sumie ich wariancji. Wariancja różnicy zmiennych X i Y jest także równa SUMIE (NIE: RÓŻNICY!) ich wariancji.

$$T = X + Y$$

$$T = X - Y$$



$$V[T] = V[X] + V[Y]$$

$$V[T] = V[X] + V[Y]$$

tylko gdy X i Y są niezależne.

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$$



Przekształcenia zmiennych losowych

Sumowanie wariancji zmiennych losowych zarówno podczas ich dodawania jak i odejmowania jest swoistą „pułapką” podczas wykonywania obliczeń wartości parametrów opisujących procesy fizjologiczne.

Diagnosta powinien pamiętać, że bardzo często intuicyjne stosowanie w medycynie nuklearnej tzw. „odejmowania tła”, zawsze powoduje zwiększenie odchylenia standardowego wyniku tej operacji. Praktycznie powoduje zwiększenie niepewności wyniku obliczeń !!!



MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ I JEJ MIARY

TREŚĆ

PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ

Promieniotwórczość naturalna i sztuczna

PODSTAWOWE WIELKOŚCI FIZYCZNE

**Prawo rozpadu promieniotwórczego - Czas połowicznego zaniku -
Energia promieniowania - Widmo energetyczne
- Aktywność promieniotwórcza**



PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ I JEJ MIARY

PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ



Promieniotwórczość naturalna i sztuczna

Promieniotwórczość naturalną obserwujemy w naturze. W przypadku promieniowania docierającego do powierzchni Ziemi pochodzi z dwóch rodzajów źródeł:

- nietrwałe izotopy występujące w minerałach ziemskiego płaszcza skalnego,
- reakcje jądrowe zachodzące w gwiazdach (tzw. promieniowanie kosmiczne).

W przypadku promieniotwórczości sztucznej źródłem promieniowania są izotopy produkowane z użyciem takich środków technicznych jak różnego typu akceleratory lub reaktory jądrowe.



PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ. PODSTAWOWE WIELKOŚCI FIZYCZNE

Podstawowe wielkości fizyczne

Na potrzeby jakościowej i ilościowej analizy zjawiska promieniotwórczości zdefiniowano wiele wielkości fizycznych i ich miar, które dotyczą zarówno źródeł promieniowania jak i samego promieniowania.

Z punktu widzenia wykorzystania promieniotwórczości w medycynie nuklearnej za podstawowe wielkości fizyczne można uznać:

- | | | |
|--|---|----------------------|
| <ul style="list-style-type: none">- liczbę niestabilnych jąder izotopu,- czas połowicznego rozpadu izotopu, | } | Cechy źródła |
| <ul style="list-style-type: none">- energię promieniowania,- natężenie wiązki promieniowania. | } | Cechy promieniowania |



Prawo rozpadu promieniotwórczego



Prawo rozpadu promieniotwórczego

Prawo spontanicznego rozpadu promieniotwórczego oparte jest na dwóch założeniach:

- prawdopodobieństwo rozpadu jądra nie zależy od warunków zewnętrznych,**
- liczba jąder, jakie ulegają rozpadowi w czasie dt , jest proporcjonalna do całkowitej liczby jąder w danej chwili.**

Założenie te oznaczają, że rozpad promieniotwórczy jest procesem statystycznym (losowym). Rozpad danego jądra stanowi zdarzenie przypadkowe.



Prawo rozpadu promieniotwórczego

Spontaniczny rozpad (przemiana) jąder atomowych podlega prawu rozpadu promieniotwórczego:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

N_0 – liczba niestabilnych jąder w danej objętości materii w chwili początkowej $t = 0$,

$N(t)$ – liczba niestabilnych jąder w tej samej objętości w chwili t ,

λ – stała rozpadu.

Staća rozpadu λ jest prawdopodobieństwem rozpadu jądra w ciągu 1 sek. Jest ona równa ułamkowi ogólnej liczby jąder, które ulegają rozpadowi w jednostce czasu.



Czas połowicznego zaniku



Czas połowicznego zaniku

Wielkość $\tau = 1/\lambda$ to tzw. średni czas życia izotopu promieniotwórczego.

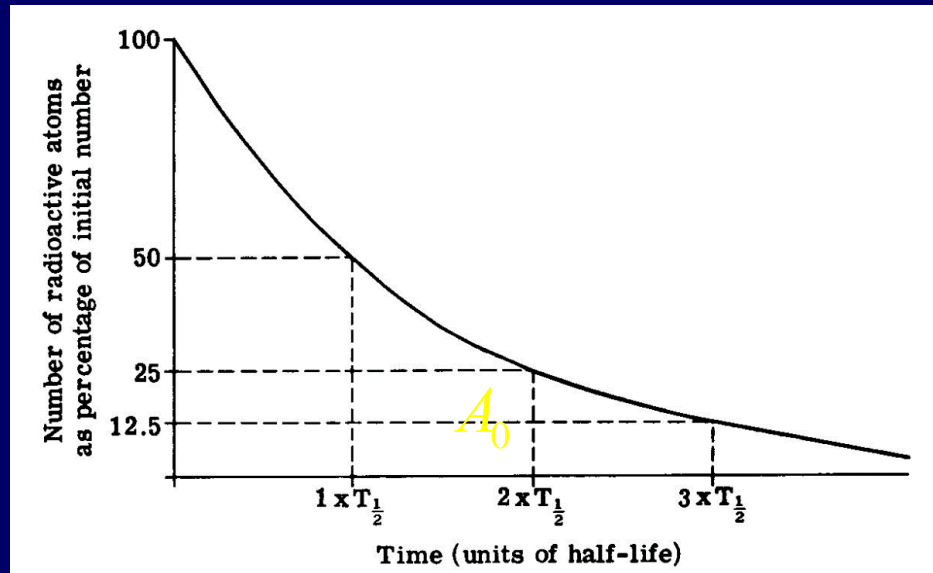
Intensywność rozpadu promieniotwórczego charakteryzuje czas połowicznego zaniku $T_{1/2}$. Nazywamy tak czas, w ciągu którego rozpadowi (przemianie) ulega połowa początkowej liczby jąder danego izotopu promieniotwórczego:

$$N(T_{1/2}) = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}} = 1/2 \cdot N_0$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} = 0.693 \tau$$



Czas połowicznego zaniku



$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

N_0 – liczba niestabilnych jąder w danej objętości materii w chwili początkowej $t = 0$,

$N(t)$ – liczba niestabilnych jąder w tej samej objętości w chwili t ,

λ – stała rozpadu.



Energia promieniowania



Jednostki energii promieniowania

Cząstki elementarne lub kwanty promieniowania, które powstają w wyniku przemiany niestabilnego jądra izotopu są nośnikami energii kinetycznej (cząstki) lub elektromagnetycznej (kwanty).

Na potrzeby modelu uniwersalnego zdefiniowano miarę energii **POJEDYŃCZYCH cząstek lub kwantów promieniowania. Jednostką miary energii promieniowania jest elektronowolt, eV.**



Elektronowolt jako jednostka energii

**Jest to energia, jaką uzyskuje lub traci elektron, który prze-
mieścił się w polu elektrycznym o różnicy potencjałów równej 1V:**

$$1\text{eV} = 1\text{e} \cdot 1\text{V} = 1,602\ 176\ 6208(98) \times 10^{-19}\ \text{J}$$



$$1\ \text{J} \approx 6,241\ 509\ 126(38) \times 10^{18}\ \text{eV}$$



Elektronowolt jako jednostka energii

- Chociaż eV nie należy do układu SI, używany jest w różnych dziedzinach fizyki, zwykle z przedrostkami:**
- fizyka cząstek elementarnych – keV, MeV, GeV, TeV**
 - fizyka jądrowa – MeV, GeV**
 - fizyka ciała stałego – meV, eV**
 - fizyka materii skondensowanej – meV, eV**

W odróżnieniu od poziomów energetycznych atomów, rozmieszczonych w zakresie kilku elektronowoltów (reakcje chemiczne), odległości między poziomami energetycznymi jądra mierzymy w megaelektronowoltach (reakcje jądrowe).



Elektronowolt jako jednostka energii

Najczęściej używane wielokrotności elektronowolta

mnożnik	nazwa	symbol
10^{-3}	milielektronowolt	meV
10^0	elektronowolt	eV
10^3	kiloelektronowolt	keV
10^6	megaelektronowolt	MeV
10^9	gigaelektronowolt	GeV
10^{12}	teraelektronowolt	TeV



Elektronowolt jako jednostka masy

Jednostki eV (a właściwie eV/c²) bardzo często używa się w różnych dziedzinach fizyki do określania mas cząstek i quazi-cząstek. Wynika to z relacji pomiędzy masą a energią (E=mc²) oraz faktu używania przez fizyków jednostek, w których c=1 (prędkość światła w próżni). Ścisłe należałoby mówić o jednostkach eV/c² jednak zwykle pomija się c :

$$**1 eV/c^2 = 1,783 \times 10^{-36} \text{ kg}**$$

Przykłady przybliżonych wartości mas cząstek w eV/c²

elektron – 0,511 MeV/c² \approx 9,10938 \times 10⁻³¹ kg

proton – 0,938 GeV/c²

neutron – 0,938 GeV/c² \approx 1,7 \times 10⁻²⁷ kg



Elektronowolt jako jednostka temperatury

Związek $E=k_B T$ (k_B – stała Boltzmann) łączy w sposób jednoznaczny temperaturę z energią, dlatego też w niektórych zastosowaniach wartość temperatury określa się w elektronowoltach z odpowiednim przedrostkiem. Podobnie jak w przypadku masy, chcąc być ścisłym, należałoby mówić o jednostce eV/k_B .

Elektronowolt jest stosowany jako jednostka temperatury w fizyce plazmy. Przykładowo, plazma w tokamaku – by zaszła w niej synteza jądrowa – musi mieć temperaturę 15 keV, czyli 174 milionów kelwinów.



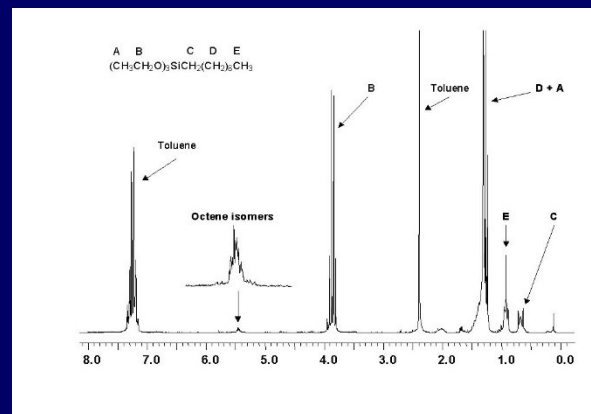
Widmo energetyczne



Widmo energetyczne

Tzw. emisyjne widmo energetyczne to wykres energii promieniowania rozłożonego na poszczególne energie kinetyczne cząstek lub energie kwantów, czyli promieniowania elektromagnetycznego. Wykres ten ma postać "linii", "pasm" lub "pików".

Widmo energetyczne jest – formalnie – rozkładem gęstości prawdopodobieństwa (tzw. histogramem) wartości energii cząstek lub kwantów.



Przykład widma energetycznego



Widmo energetyczne

Formalnie, ze względu na wygląd widma, rozróżnia się trzy rodzaje widm energetycznych: ciągłe, liniowe i pasmowe.

Widmo ciągłe – ma postać ciągłego obszaru lub szerokich pasów występujących w sposób ciągły wzdłuż skali energii. Jest emitowane przez ciała stałe i ciecze.

Widmo liniowe (atomowe) – ma postać oddzielnych linii wzdłuż skali energii; typowo występuje dla gazów atomowych.

Widmo pasmowe (cząsteczkowe) jest przypadkiem pośrednim pomiędzy widmem liniowym a ciągłym. Można je zaobserwować dla gazowych związków chemicznych

Aktywność promieniotwórcza





Aktywność promieniotwórcza

Aktywnością rozpadu promieniotwórczego nazywa się iloczyn

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

zatem

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

A_0 – aktywność w danej objętości materii w chwili początkowej $t = 0$,

$A(t)$ – aktywność w tej samej objętości w chwili t ,

λ – stała rozpadu.



Aktywność promieniotwórcza

Aktywność promieniotwórcza NIE ZALEŻY od procesów fizycznych czy chemicznych takich jak zmiany temperatury, ciśnienia !!!



Aktywność promieniotwórcza

Jednostką aktywności promieniotwórczej w układzie miar SI jest bekerel, Bq :

$$1Bq = \frac{1 \text{ rozpad}}{1 s}$$

Historyczną jednostką jest kiur, Ci :

$$1Ci = 3,7 \cdot 10^{10} Bq$$

1 Ci został zdefiniowany jako aktywność jednego grama radu-226.



Aktywność promieniotwórcza

W medycynie nuklearnej używa się zwykle takich liczb niestabilnych jąder izotopów, które manifestują się wartościami wyrażonymi w jednostkach :

$$1kBq = 10^3 Bq \quad 1MBq = 10^6 Bq \quad 1GBq = 10^9 Bq$$
$$1Ci = 3.7 \cdot 10^{10} Bq \quad 1mCi = 37 MBq$$

Aktywność przeliczoną na jednostkę masy substancji promieniotwórczej nazywamy aktywnością właściwą. Aktywność właściwą można też wyrażać względem długości (dla źródeł liniowych), powierzchni (dla źródeł płaskich), objętości lub masy (dla źródeł przestrzennych).



Aktywność promieniotwórcza

UWAGA !!!

AKTYWNOŚĆ NIE OKREŚLA STOPNIA ZAGROŻENIA PROMIENIOWANIEM JONIZUJĄCYM. Zagrożenie napromieniowaniem zależy od bardzo wielu czynników, jak: rodzaj promieniowania, energia emitowanych cząstek, ich przenikliwości, rodzaju radionuklidu (czy jest metabolizowany czy od razu wydalany z organizmu), sposobu napromieniowania (z wewnątrz czy z zewnątrz), narządu narażonego na promieniowanie.



Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ I JEJ MIARY

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ I JEJ MIARY

TREŚĆ

PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ

Promieniotwórczość naturalna i sztuczna

PODSTAWOWE WIELKOŚCI FIZYCZNE

**Prawo rozpadu promieniotwórczego - Czas połowicznego zaniku -
Energia promieniowania - Widmo energetyczne
- Aktywność promieniotwórcza**



PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ I JEJ MIARY

PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ



Promieniotwórczość naturalna i sztuczna

Promieniotwórczość naturalną obserwujemy w naturze. W przypadku promieniowania docierającego do powierzchni Ziemi pochodzi z dwóch rodzajów źródeł:

- nietrwałe izotopy występujące w minerałach ziemskiego płaszcza skalnego,
- reakcje jądrowe zachodzące w gwiazdach (tzw. promieniowanie kosmiczne).

W przypadku promieniotwórczości sztucznej źródłem promieniowania są izotopy produkowane z użyciem takich środków technicznych jak różnego typu akceleratory lub reaktory jądrowe.



PROMIENIOTWÓRCZOŚĆ. PODSTAWOWE WIELKOŚCI FIZYCZNE



Podstawowe wielkości fizyczne

Na potrzeby jakościowej i ilościowej analizy zjawiska promieniotwórczości zdefiniowano wiele wielkości fizycznych i ich miar, które dotyczą zarówno źródeł promieniowania jak i samego promieniowania.

Z punktu widzenia wykorzystania promieniotwórczości w medycynie nuklearnej za podstawowe wielkości fizyczne można uznać:

- | | | |
|--|---|----------------------|
| <ul style="list-style-type: none">- liczbę niestabilnych jąder izotopu,- czas połowicznego rozpadu izotopu, | } | Cechy źródła |
| <ul style="list-style-type: none">- energię promieniowania,- natężenie wiązki promieniowania. | } | Cechy promieniowania |



Prawo rozpadu promieniotwórczego



Prawo rozpadu promieniotwórczego

Prawo spontanicznego rozpadu promieniotwórczego oparte jest na dwóch założeniach:

- prawdopodobieństwo rozpadu jądra nie zależy od warunków zewnętrznych,**
- liczba jąder, jakie ulegają rozpadowi w czasie dt , jest proporcjonalna do całkowitej liczby jąder w danej chwili.**

Założenie te oznaczają, że rozpad promieniotwórczy jest procesem statystycznym (losowym). Rozpad danego jądra stanowi zdarzenie przypadkowe.



Prawo rozpadu promieniotwórczego

Spontaniczny rozpad (przemiana) jąder atomowych podlega prawu rozpadu promieniotwórczego:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t)$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

N_0 – liczba niestabilnych jąder w danej objętości materii w chwili początkowej $t = 0$,

$N(t)$ – liczba niestabilnych jąder w tej samej objętości w chwili t ,

λ – stała rozpadu.

Staća rozpadu λ jest prawdopodobieństwem rozpadu jądra w ciągu 1 sek. Jest ona równa ułamkowi ogólnej liczby jąder, które ulegają rozpadowi w jednostce czasu.



Czas połowicznego zaniku



Czas połowicznego zaniku

Wielkość $\tau = 1/\lambda$ to tzw. średni czas życia izotopu promieniotwórczego.

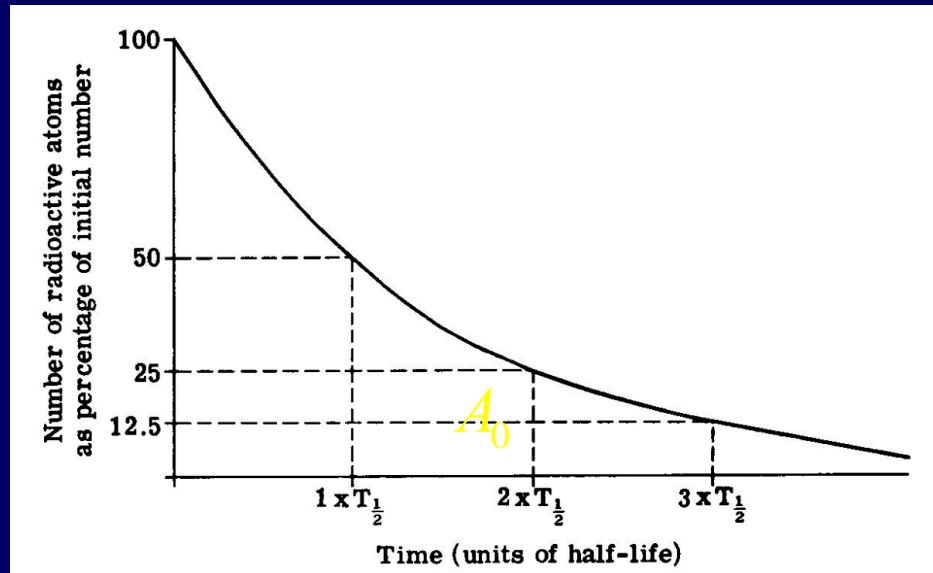
Intensywność rozpadu promieniotwórczego charakteryzuje czas połowicznego zaniku $T_{1/2}$. Nazywamy tak czas, w ciągu którego rozpadowi (przemianie) ulega połowa początkowej liczby jąder danego izotopu promieniotwórczego:

$$N(T_{1/2}) = N_0 \cdot e^{-\lambda T_{1/2}} = 1/2 \cdot N_0$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} = 0.693 \tau$$



Czas połowicznego zaniku



$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

N_0 – liczba niestabilnych jąder w danej objętości materii w chwili początkowej $t = 0$,

$N(t)$ – liczba niestabilnych jąder w tej samej objętości w chwili t ,

λ – stała rozpadu.



Energia promieniowania



Jednostki energii promieniowania

Cząstki elementarne lub kwanty promieniowania, które powstają w wyniku przemiany niestabilnego jądra izotopu są nośnikami energii kinetycznej (cząstki) lub elektromagnetycznej (kwanty).

Na potrzeby modelu uniwersalnego zdefiniowano miarę energii **POJEDYŃCZYCH cząstek lub kwantów promieniowania. Jednostką miary energii promieniowania jest elektronowolt, eV.**



Elektronowolt jako jednostka energii

**Jest to energia, jaką uzyskuje lub traci elektron, który prze-
mieścił się w polu elektrycznym o różnicy potencjałów równej 1V:**

$$1\text{eV} = 1\text{e} \cdot 1\text{V} = 1,602\ 176\ 6208(98) \times 10^{-19}\ \text{J}$$



$$1\ \text{J} \approx 6,241\ 509\ 126(38) \times 10^{18}\ \text{eV}$$



Elektronowolt jako jednostka energii

- Chociaż eV nie należy do układu SI, używany jest w różnych dziedzinach fizyki, zwykle z przedrostkami:**
- fizyka cząstek elementarnych – keV, MeV, GeV, TeV**
 - fizyka jądrowa – MeV, GeV**
 - fizyka ciała stałego – meV, eV**
 - fizyka materii skondensowanej – meV, eV**

W odróżnieniu od poziomów energetycznych atomów, rozmieszczonych w zakresie kilku elektronowoltów (reakcje chemiczne), odległości między poziomami energetycznymi jądra mierzymy w megaelektronowoltach (reakcje jądrowe).



Elektronowolt jako jednostka energii

Najczęściej używane wielokrotności elektronowolta

mnożnik	nazwa	symbol
10^{-3}	milielektronowolt	meV
10^0	elektronowolt	eV
10^3	kiloelektronowolt	keV
10^6	megaelektronowolt	MeV
10^9	gigaelektronowolt	GeV
10^{12}	teraelektronowolt	TeV



Elektronowolt jako jednostka masy

Jednostki eV (a właściwie eV/c²) bardzo często używa się w różnych dziedzinach fizyki do określania mas cząstek i quazi-cząstek. Wynika to z relacji pomiędzy masą a energią (E=mc²) oraz faktu używania przez fizyków jednostek, w których c=1 (prędkość światła w próżni). Ściśle należałoby mówić o jednostkach eV/c² jednak zwykle pomija się c :

$$1 \text{ eV}/c^2 = 1,783 \times 10^{-36} \text{ kg}$$

Przykłady przybliżonych wartości mas cząstek w eV/c²

elektron – 0,511 MeV/c² \approx 9,10938 \times 10⁻³¹ kg

proton – 0,938 GeV/c²

neutron – 0,938 GeV/c² \approx 1,7 \times 10⁻²⁷ kg



Elektronowolt jako jednostka temperatury

Związek $E=k_B T$ (k_B – stała Boltzmann) łączy w sposób jednoznaczny temperaturę z energią, dlatego też w niektórych zastosowaniach wartość temperatury określa się w elektronowoltach z odpowiednim przedrostkiem. Podobnie jak w przypadku masy, chcąc być ścisłym, należałoby mówić o jednostce eV/k_B .

Elektronowolt jest stosowany jako jednostka temperatury w fizyce plazmy. Przykładowo, plazma w tokamaku – by zaszła w niej synteza jądrowa – musi mieć temperaturę 15 keV, czyli 174 milionów kelwinów.



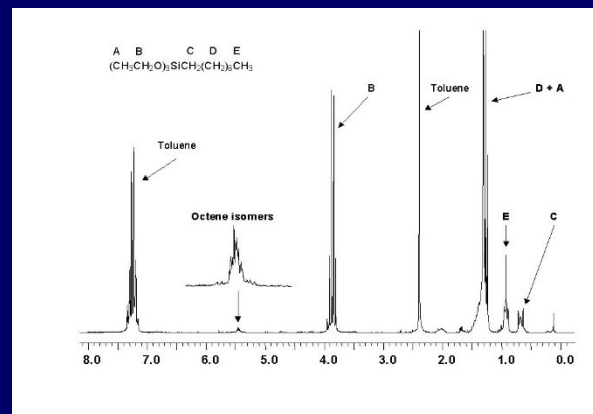
Widmo energetyczne



Widmo energetyczne

Tzw. emisyjne widmo energetyczne to wykres energii promieniowania rozłożonego na poszczególne energie kinetyczne cząstek lub energie kwantów, czyli promieniowania elektromagnetycznego. Wykres ten ma postać "linii", "pasm" lub "pików".

Widmo energetyczne jest – formalnie – rozkładem gęstości prawdopodobieństwa (tzw. histogramem) wartości energii cząstek lub kwantów.



Przykład widma energetycznego



Widmo energetyczne

Formalnie, ze względu na wygląd widma, rozróżnia się trzy rodzaje widm energetycznych: ciągłe, liniowe i pasmowe.

Widmo ciągłe – ma postać ciągłego obszaru lub szerokich pasów występujących w sposób ciągły wzdłuż skali energii. Jest emitowane przez ciała stałe i ciecze.

Widmo liniowe (atomowe) – ma postać oddzielnych linii wzdłuż skali energii; typowo występuje dla gazów atomowych.

Widmo pasmowe (cząsteczkowe) jest przypadkiem pośrednim pomiędzy widmem liniowym a ciągłym. Można je zaobserwować dla gazowych związków chemicznych

Aktywność promieniotwórcza





Aktywność promieniotwórcza

Aktywnością rozpadu promieniotwórczego nazywa się iloczyn

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

zatem

$$A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

A_0 – aktywność w danej objętości materii w chwili początkowej $t = 0$,

$A(t)$ – aktywność w tej samej objętości w chwili t ,

λ – stała rozpadu.



Aktywność promieniotwórcza

Aktywność promieniotwórcza NIE ZALEŻY od procesów fizycznych czy chemicznych takich jak zmiany temperatury, ciśnienia !!!



Aktywność promieniotwórcza

Jednostką aktywności promieniotwórczej w układzie miar SI jest bekerel, Bq :

$$1Bq = \frac{1 \text{ rozpad}}{1 s}$$

Historyczną jednostką jest kiur, Ci :

$$1Ci = 3,7 \cdot 10^{10} Bq$$

1 Ci został zdefiniowany jako aktywność jednego grama radu-226.



Aktywność promieniotwórcza

W medycynie nuklearnej używa się zwykle takich liczb niestabilnych jąder izotopów, które manifestują się wartościami wyrażonymi w jednostkach :

$$1kBq = 10^3 Bq \quad 1MBq = 10^6 Bq \quad 1GBq = 10^9 Bq$$
$$1Ci = 3.7 \cdot 10^{10} Bq \quad 1mCi = 37 MBq$$

Aktywność przeliczoną na jednostkę masy substancji promieniotwórczej nazywamy aktywnością właściwą. Aktywność właściwą można też wyrażać względem długości (dla źródeł liniowych), powierzchni (dla źródeł płaskich), objętości lub masy (dla źródeł przestrzennych).



Aktywność promieniotwórcza

UWAGA !!!

AKTYWNOŚĆ NIE OKREŚLA STOPNIA ZAGROŻENIA PROMIENIOWANIEM JONIZUJĄCYM. Zagrożenie napromieniowaniem zależy od bardzo wielu czynników, jak: rodzaj promieniowania, energia emitowanych cząstek, ich przenikliwości, rodzaju radionuklidu (czy jest metabolizowany czy od razu wydalany z organizmu), sposobu napromieniowania (z wewnątrz czy z zewnątrz), narządu narażonego na promieniowanie.



Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl



Polskie Towarzystwo Medycyny Nuklearnej

MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

dr n. tech. Adam Bajera
Członek honorowy PTMN



TREŚĆ

CZYM JEST STATYSTYKA?

MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

Zmienna losowa – Rozkład zmiennej losowej

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH

Wartość oczekiwana – Wariancja

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH

**Zmienna niezależna i zależna – Przekształcenia
zmiennych losowych**



Wstęp

Medycyna nuklearna wykorzystuje rozpad promieniotwórczy, który jest zjawiskiem losowym. STATYSTYKA jest jedyną metodą liczbowej oceny:

- **procesów tworzenia danych, czyli rejestracji,**
- **wartości liczbowych parametrów technicznych rejestracji,**
- **oceny parametrów liczbowych badanych procesów fizjologicznych,**
- **procesów i sposobów kontroli technicznej używanych urządzeń.**



MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

CZYM JEST STATYSTYKA?



Czym jest statystyka?

W znaczeniu ogólnym statystyka jest dyscypliną nauk ilościowych, zajmującą się zarówno metodami liczbowego opisu (ujęcie deterministyczne), jak i metodami liczbowego wnioskowania w warunkach niepewności (ujęcie stochastyczne). Stosowana jest do opisu zjawisk masowych.

Metody te są traktowane integralnie. Stąd też celem ich stosowania jest nie tylko przeprowadzania rzetelnych i kompleksowych diagnoz: jak jest i dlaczego tak jest?, ale także możliwości wysoce prawdopodobnej predykcji statystycznej – jak na podstawie prób losowych odtwarzać liczbowo nieznaną rzeczywistość? Analiza statystyczna jest zatem jednocześnie diagnostyką i predykcją !!!



Czym jest statystyka?

Współcześnie teoretyczną i techniczną bazą statystyki jest teoria rachunku prawdopodobieństwa skierowana na procedury przetwarzania masowych danych liczbowych. Wyjaśnia mechanizmy i statystyczne prawidłowości występujących w badanych zjawiskach i procesach.

Mówiąc o statystyce należy pamiętać o bardzo ważnym fakcie:

**W STATYSTYCE DANymi sĄ WYŁĄCZNIE LICZBY.
STATYSTYKA ODRZUCA ZNACZENIE ZJAWISK
I PROCESÓW. JEST NARZĘDZIEM, KTÓRE BADA
WYŁĄCZNIE WŁAŚCIWOŚCI GRUPY LICZB !!!**



TEMAT GŁÓWNY

**MINIMUM WIEDZY
O STATYSTYCE**



Zmienna losowa

Losowość – brak celu, przyczyny, porządku lub przewidywalnego zachowania. Losowy proces to proces, którego wyniki nie dają się dokładnie przewidzieć, a jedynie można opisać rozkład prawdopodobieństwa różnych wyników.

Oznacza to, że powtarzanie tego samego doświadczenia w całkowicie identycznych warunkach może dać za każdym razem inny wynik. Przykładowo, badając pojedynczy niestabilny atom, nie jesteśmy w stanie przewidzieć, w którym momencie dojdzie do jego rozpadu, a jedynie możemy określić prawdopodobieństwo tego rozpadu w jakimś czasie.



Rozkład zmiennej losowej

W statystyce używa się dwóch elementarnych pojęć: zmienna losowa i rozkład zmiennej losowej.

Zmienna losowa jest funkcją przypisującą każdemu zdarzeniu elementarnemu wartość liczbową. Wartości te są uzyskiwane w wyniku doświadczenia losowego, którym może być samo wystąpieniem zdarzenia lub wartością wyniku pomiaru.

Rozkład zmiennej losowej należy rozumieć jako rozkład prawdopodobieństwa, czyli miary wyznaczonej przez zmienną losową, w zbiorze jej możliwych wartości.

W literaturze przedmiotu przyjęto oznaczać zmienną losową dużą literą, np. X . Wartości, które przyjmuje oznacza się odpowiednimi, małymi literami, czyli $x_1, x_2, x_3, \dots, x_k$.

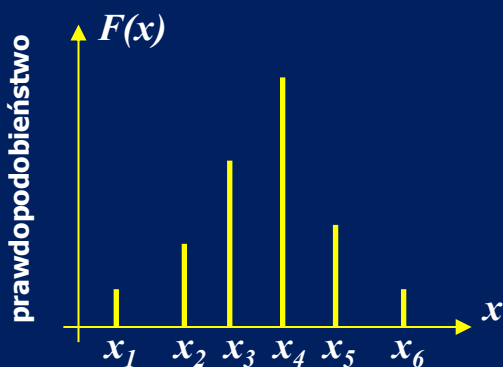


Rozkład zmiennej losowej

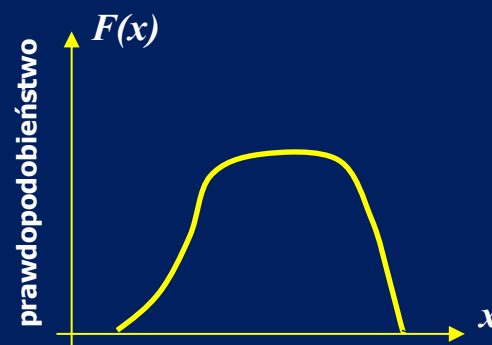
Zmienna losowa może być skokowa (dyskretna) lub ciągła.

Zmienna losowa skokowa (dyskretna) przyjmuje wartości ze skończonego bądź przeliczalnego zbioru wartości x_1, x_2, \dots, x_n .

Zmienna losowa ciągła jest nieujemną funkcją $F(x)$ zwaną gęstością prawdopodobieństwa.



Zmienna losowa skokowa



Zmienna losowa ciągła



LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI



Liczbowe miary zmienności

Miary zmienności dostarczają informacji jak bardzo zróżnicowana jest populacja pod względem badanej cechy X .

Dokładniejszego omówienia wymagają opisy takich miar zmienności jak:

- wartość oczekiwana oznaczana symbolem $E[X]$,
- wariancja oznaczana symbolem $V[X]$,
- działania na zmiennych losowych.

oraz inne związane z nimi miary pochodne.



LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI

Wartość oczekiwana



Wartość oczekiwana $E[X]$

Wartość oczekiwana – w uproszczeniu najważniejsza charakterystyka liczbowa zmiennej losowej. Używane są także tożsame pojęcia: wartość średnia, wartość przeciętna.

Dla skokowej zmiennej losowej X , przyjmującej wartości x_1, x_2, \dots, x_k z prawdopodobieństwami, odpowiednio, p_1, p_2, \dots, p_k jest to:

$$E[X] = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 + \dots + x_k \cdot p_k$$

Dla ciągłej zmiennej losowej X przyjmującej nieskończenie wiele różnych wartości, mającej rozkład prawdopodobieństwa o gęstości $p(x)$, wartością oczekiwaną jest liczba:

$$E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot p(x) dx$$



LICZBOWE MIARY ZMIENNOŚCI

Wariancja



Wariancja $V[X]$

Wariancją zmiennej losowej – zarówno skokowej jak i ciągłej – nazywa się nazywa się liczbę:

$$V[X] = E[X - E[X]]^2$$

gdzie $E[X]$ jest oczekiwaną wartością zmiennej losowej X .

W praktyce rzadko używa się miary jaką jest wariancja. W jej miejsce stosuje się – odwołujące się do wariancji pojęcia – odchylenie standardowe lub odchylenie średnie $\sigma[X]$ równe:

$$\sigma[X] = \sqrt{E[X - E[X]]^2} = \sqrt{V[X]} \rightarrow V[X] = \sigma[X]^2$$

Odchylenie standardowe to najczęściej stosowana miara rozrzutu wartości zmiennej losowej X wokół jej wartości średniej $E[X]$. Im większe jest odchylenie standardowe, tym większy jest rozrzut.



DZIAŁANIA NA ZMIENNYCH LOSOWYCH

ŁĄCZENIE ZMIENNYCH LOSOWYCH



Łączenie zmiennych losowych

Łączenie zmiennych losowych umożliwia tworzenie nowych rozkładów. Jeśli znamy wartości oczekiwane i odchylenia standardowe (wariancje) początkowych rozkładów, możemy użyć tych informacji do znalezienia wartości oczekiwanej i odchylenia standardowego rozkładu wynikowego.

Możemy połączyć wartości oczekiwane bezpośrednio, ale nie możemy tego samego zrobić z odchyleniami standardowymi. Możemy jednak połączyć wariancje tak długo jak prawdziwe jest założenie, że zmienne te są niezależne od siebie.



Zmienna niezależna i zależna

Zmienną niezależną definiuje się jako zmienną, która jest zmieniana lub kontrolowana w eksperymencie naukowym. Reprezentuje przyczynę zdarzenia lub przyczynę wyniku pomiaru lub obliczeń.

Zmienne niezależne to zmienne, które eksperymentator zmienia, aby przetestować swoją zmienną zależną. Zmiana zmiennej niezależnej bezpośrednio powoduje zmianę zmiennej zależnej. Mierzony i rejestrowany jest wpływ na wartość zmiennej zależnej.

Podczas tworzenia wykresów danych dla eksperymentu zmienna niezależna jest wykreślana na osi x , a zmienna zależna na osi y .



Przekształcenia zmiennych losowych

W medycynie nuklearnej używa się takich przekształceń zmiennych losowych jak:

- ♦ **dodawania stałej do zmiennej,**
- ♦ **mnożenia zmiennej przez stałą,**
- ♦ **sumy (różnicy) dwóch zmiennych.**



Przekształcenia zmiennych losowych

Dodawanie stałej do zmiennej

Jeżeli do zmiennej X dodamy stałą a , to wartość oczekiwana nowej zmiennej Y odpowiednio się przesunie, a wariancja pozostanie bez zmian:

$$Y = X + a$$



$$\begin{aligned} E[Y] &= E[X] + a \\ V[Y] &= V[X] \end{aligned}$$

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = \sigma_X^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = \sigma_X$$



Przekształcenia zmiennych losowych

Mnożenie zmiennej przez stałą

Jeżeli zmienną X przemnożymy przez stałą k , to wartość oczekiwana nowej zmiennej Y będzie k razy większa, wariancja będzie k^2 razy większa (odchylenie standardowe będzie k razy większe).

$$Y = k \cdot X$$



$$E[Y] = k \cdot E[X]$$

$$V[Y] = k^2 \cdot V[X]$$

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = k^2 \cdot \sigma_X^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = k \cdot \sigma_X$$



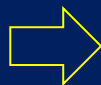
Przekształcenia zmiennych losowych

Suma lub różnica dwóch zmiennych

Jeżeli mamy dwie zmienne losowe X i Y , to wartość oczekiwana zmiennej T będącej ich sumą lub różnicą będzie równa sumie lub różnicy ich wartości oczekiwanych.

$$T = X + Y$$

$$T = X - Y$$



$$E[T] = E[X] + E[Y]$$

$$E[T] = E[X] - E[Y]$$

nawet gdy X i Y są zależne.



Przekształcenia zmiennych losowych

Wariancja zmiennej T będącej sumą X i Y jest równa sumie ich wariancji. Wariancja różnicy zmiennych X i Y jest także równa SUMIE (NIE: RÓŻNICY!) ich wariancji.

$$T = X + Y$$

$$T = X - Y$$



$$V[T] = V[X] + V[Y]$$

$$V[T] = V[X] + V[Y]$$

tylko gdy X i Y są niezależne.

Odchylenie standardowe σ_T zmiennej T jest równe:

$$\sigma_T^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \quad \rightarrow \quad \sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}$$



Przekształcenia zmiennych losowych

Sumowanie wariancji zmiennych losowych zarówno podczas ich dodawania jak i odejmowania jest swoistą „pułapką” podczas wykonywania obliczeń wartości parametrów opisujących procesy fizjologiczne.

Diagnosta powinien pamiętać, że bardzo często intuicyjne stosowanie w medycynie nuklearnej tzw. „odejmowania tła”, zawsze powoduje zwiększenie odchylenia standardowego wyniku tej operacji. Praktycznie powoduje zwiększenie niepewności wyniku obliczeń !!!



MINIMUM WIEDZY O STATYSTYCE

Koniec tematu

Kompilacja - adam.bajera@euromail.pl